

# Intégration des savoirs de formation La régulation didactique

Guy Brousseau

*Conférence extraite des actes du XXIV<sup>ème</sup> colloque des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - St Etienne 1997.*

*Dans ce texte, l'auteur cherche prioritairement à montrer en quoi la théorie des situations fournit des savoirs propres à réguler l'action didactique de l'enseignant. Il analyse différents types de contrats (non didactiques, faiblement didactiques, fortement didactiques,...) et interroge les moyens permettant au professeur de maintenir la relation didactique.*

## **1-L'intégration des savoirs et la diffusion des connaissances nécessaires aux professeurs impliquent des savoirs spécifiques et l'existence de mathématiciens didacticiens**

**La conception** : Savoir mathématique "brut" plus expérience personnelle plus expérience transmise est insuffisante. Les sources classiques des savoirs ne prennent pas en charge l'intégration des savoirs de formation ou les prennent de façon insuffisante, de sorte que leurs résultats se traduisent pour les enseignants sous la forme d'injonctions, de conditions à satisfaire... difficiles à synthétiser au moment de la formation.

La position même du formateur n'est pas claire entre celle du présentateur éclectique et exhaustif, celle du novateur, prosélyte, celle du professeur d'une "science didactique" (en formation) et celle du technicien de la formation professionnelle des adultes.

**Ma position est claire** : l'enseignement des mathématiques est un objet d'études qui réclame des savoirs - en particulier mathématiques - spécifiques. Ces savoirs sont soumis à la dialectique symbolique, ils produisent des objets techniques : les moyens didactiques.

Ils sont l'instrument de rencontre et d'intégration des savoirs d'origine psychologiques, sociologiques, linguistiques, pédagogiques...

Ils sont les connaissances de base des mathématiciens enseignants, qu'ils soient mathématiciens d'écoles, de collèges, de lycées, d'universités, d'IUFM.

Ces savoirs s'articulent principalement sur la discipline, comme les mathématiques appliquées, même s'ils se prolongent dans les sciences cognitives.

Les connaissances professionnelles propres aux IUFM peuvent s'y rattacher en partie mais elles ne forment pas un savoir à enseigner (aux professeurs). De

## Eclairages didactiques

même qu'il faut armer nos étudiants contre la perméabilité didactique qui consisterait à faire passer sans leur "discours" mathématique les connaissances mathématiques et didactiques des professeurs.

### **2-L'intérêt des modélisations de situations**

La réponse que nous avons tenté d'apporter au problème s'est faite en deux temps.

#### **2.1 La modélisation des situations à usage didactique.**

C'est la partie la plus connue du travail de ces 25 dernières années. Il s'agit de repérer, pour les reproduire, les conditions spécifiques qui président à la mise en oeuvre (sous forme de décisions, de discours, de preuve ou de référence) d'une connaissance mathématique et à son « acquisition » (apprentissage, repérage, identification, appropriation, etc.) indépendamment d'une quelconque intervention didactique.

Les situations fondamentales, a-didactiques

Cette modélisation a permis de redéfinir le rôle des erreurs, de montrer la genèse des obstacles et leur caractère inéluctable et de faire des calculs d'optimisation sur les variables didactiques de ces situations et des tâches qu'elles déterminent ou provoquent.

#### **2.2 La modélisation des situations d'enseignement : nécessité d'une théorie.**

En voulant étendre les principes de cette modélisation à la situation d'enseignement elle-même, nous avons rencontré toute une série de paradoxes : ceux du contrat didactique. Ce qui a justifié une nouvelle forme de modélisation - toujours en utilisant simultanément les méthodes de Turing et celles de P Lorenzer - qui donne des résultats plus étendus, mais surtout qui a justifié, pour les études de consistances qu'elles rendaient nécessaires, la dénomination de Théorie de situations.

### **3-Les stratégies de diffusions des connaissances.**

Il n'est pas dans mon intention de « rabâcher » les bases de cette théorie, bien que je vois ça et là des signes qui montrent qu'elle n'est pas bien comprise. Je voudrais plutôt attirer votre attention sur ce qu'elle permet (ou ce qu'elle vise à permettre) et qui me paraît important : la régulation de l'enseignement des mathématiques- c'est à dire l'établissement de rapports entre les indices (observables) déterminés par les instruments théoriques ou par les modèles- et des décisions didactiques propres à maintenir les conditions didactiques au voisinage des conditions initiales à côté des savoirs d'intégration. La théorie des situations fournit des savoirs de régulation interne.

Pour le montrer prenons les modèles de situation au sens de « rapports didactiques ».

### **3.1. Les stratégies didactiques.**

#### **3.1.1. Contrats non didactiques**

Une première répartition des responsabilités consiste donc à ce que l'émetteur d'un texte n'ait aucune responsabilité didactique à l'égard du récepteur : il n'est pas chargé de lui enseigner quoi que ce soit, et s'il modifie les croyances ou les actes du récepteur, c'est en quelque sorte indépendamment de sa volonté, et non pas conformément à un projet quelconque de sa part.

Nous allons ordonner ces contrats en partant du minimum de contraintes pour l'enseignant - qui ne sera alors qu'un émetteur de signaux - et en allant vers des responsabilités toujours plus grandes.

##### ***Le contrat d'émission***

Le contrat d'émission ne lie pas directement l'émetteur et un éventuel récepteur. L'émetteur délivre un message sans se préoccuper des conditions effectives de réception. Nous supposons toutefois dans la suite de ce texte, que ce message est intelligible (au moins pour une certaine institution) et même qu'il n'est composé que d'énoncés, justes ou faux, mais bien formés.

Dans une situation minimale, l'émetteur pourrait n'être tenu à rien du tout (rien d'autre que ce qui régit la liberté d'expression) et émettre un message inintelligible, même pour lui (l'émission d'un simple brouillage par exemple). Ce contrat limite peut être parfois réellement observé dans des classes : le professeur monologue sans tenir aucun compte de la présence des élèves qui émettent en même temps que lui du bruit. Ce contrat peut aussi modéliser certaines émissions de télévision ou de radiodiffusion.

##### ***Le contrat de communication***

Le contrat de communication est plus exigeant. L'émetteur (par exemple le professeur), prend à sa charge de faire "parvenir" à un récepteur un certain message. Il doit s'assurer de la bonne réception du message (mais non du sens que lui donne le récepteur), et pour cela du bon fonctionnement du canal. Il doit utiliser les répertoires du récepteur (répertoires calligraphiques, phonologiques, orthographiques, grammaticaux, logiques etc.) et au besoin collationner (confronter avec la répétition par le destinataire) ou répéter le message (en particulier à la demande du récepteur). L'interprétation du message est entièrement à la charge du récepteur. Les dysfonctionnements conduisent exclusivement à des mises au point de répertoires.

## Eclairages didactiques

Les contrats d'émission et de communication sont essentiellement soumis à des contraintes relatives à la forme du message.

### *Le contrat d'expertise*

Le contrat d'expertise est plus exigeant, l'émetteur garantit la *validité* de ce qu'il émet. Il peut être tenu par le destinataire d'établir, à la demande, une certaine validité (la vérité, l'authenticité, l'origine etc.) de ce qu'il énonce (par d'autres voies que l'émission elle-même : en justice par exemple pour certains types d'informations). Le travail d'un "professeur" qui utiliserait ce " contrat " pour diffuser une théorie mathématique, consisterait à énoncer l'un après l'autre les " théorèmes " qui la composent, dans un ordre quelconque. Les énoncés, parce qu'ils seraient déclarés implicitement comme " vrais ", deviendraient alors des assertions.

### *Le contrat de production*

L'émetteur garantit la nouveauté de son message, la nouveauté ou l'originalité formelle (propriété littéraire ou industrielle) ou la nouveauté du contenu intellectuel et scientifique. Il peut garantir une nouveauté "absolue" (un nouveau théorème) ou seulement une nouveauté pour une institution particulière (pour les élèves d'une classe par exemple).

Il peut n'être pas tenu d'apporter lui-même la preuve formelle de la validité de son énoncé, mais seulement des preuves indirectes. Par exemple, l'émetteur trouve toujours les racines de certaines équations, mais il ne publie pas la méthode qu'il utilise. Cette situation s'observe dans la tradition des mathématiques ésotériques.

### **3. 1. 2. Contrats faiblement didactiques portant sur un savoir "nouveau"**

L'émetteur accepte d'organiser son message en fonction de certaines caractéristiques "théoriques" de son interlocuteur. Il assume certaines responsabilités quant au contenu de ce message, mais aucune quant à ses effets sur le récepteur, même s'il est conscient de modifier son système de décision.

### *Le contrat d'information*

L'émetteur garantit à la fois la nouveauté et la validité de son message. Il accepte d'en rendre compte auprès du récepteur qui devient l'informé, celui qui " achète " l'énoncé parce qu'il est vrai et nouveau.

Dans ce cas l'émetteur doit rechercher l'assentiment de l'informé et, en réponse à sa demande éventuelle, lui fournir certaines " preuves ", ses sources, ses références etc., il peut même être conduit à justifier systématiquement chaque énoncé.

### *L'information dialectique*

Le " contrat d'information " n'exige pas que les interlocuteurs aient les mêmes références (la même culture, le même système informatique...), mais seulement qu'ils puissent en trouver de suffisantes pour étayer leur propos du moment. Ainsi ce contrat conduit à une construction dialectique de la conviction du récepteur sous le contrôle de ce dernier. Il est l'instrument essentiel de gestion collective de la vérité conformément à la tradition inaugurée en Grèce cinq siècles av. J.C.

Si l'émetteur (par exemple un professeur), veut pouvoir établir à tout moment devant son interlocuteur (ses élèves), la validité de ses énoncés et en garantir la nouveauté, il a intérêt à se référer à une organisation appropriée des savoirs à transmettre : une construction axiomatique par exemple. Il n'a aucune raison de l'exhiber devant son interlocuteur. Les preuves dépendent des connaissances (réelles ou supposées) du destinataire, elles ne peuvent donc pas être fixées a priori en démonstrations standard.

### *L'information dogmatique*

Suivre les méandres des questionnements de l'informé peut apparaître aux deux protagonistes comme une perte de temps. Ils ont alors parfois intérêt à se soustraire au contrat dialectique et à proposer pour l'un et/ou demander pour l'autre de " normaliser " les preuves et de les fournir systématiquement. Le contrat devient un contrat " dogmatique ". Dans ce système le professeur se réfère à un système conventionnel réputé notoire, composé d'énoncés acceptés par tous, et utilise des moyens de dérivation réputés sans mystère pour proposer des « démonstrations » pour tous ses énoncés (contestés ou non).

Ce contrat conduit l'informateur à établir dans la théorie à diffuser, un des ordres axiomatiques auxquels elle se prête et à s'en servir comme guide d'ordonnement de ses propos pour économiser des demandes d'explications. L'axiomatique répond ainsi aussi à une contrainte ergonomique. L'informateur doit ici aussi utiliser les répertoires de l'informé (logiques mathématiques et techniques), mais les preuves prennent la forme de démonstrations qui dépendent moins du destinataire et davantage de l'idée que s'en fait l'émetteur. Si ce dernier, à la limite, ne donnait aucune preuve et n'acceptait pas qu'on lui en demande, il reviendrait au contrat d'expertise.

Ici, l'informateur devra reformuler les énoncés pour permettre leur démonstration dans le système qu'il prête à l'informé et à les répartir en deux classes :

- ceux qui appartiennent au répertoire de l'informé (répertoire effectif ou supposé), qu'ils soient évidents comme des postulats, acceptés formellement comme des axiomes ou des hypothèses, ou déjà construits et convoqués au cours de la démonstration comme des lemmes ou des définitions.

- et ceux qui n'y figurent pas et qui sont donc " nouveaux " .

## Eclairages didactiques

*Corollaire* : toute communication, et a fortiori tout enseignement, repose sur un répertoire explicite en partie irréductible au savoir communiqué. Aucun langage ne saurait être totalement auto génétique. Nous rencontrerons plus loin un autre répertoire, celui des connaissances implicites et métamathématiques nécessaires à la compréhension.

Le contrat d'information est celui qui a théoriquement cours dans la communauté mathématique pour la diffusion des résultats.

Les motifs de l'émission n'interviennent pas explicitement dans la régulation du contrat d'information en quelque sorte minimal. L'émetteur répond à une demande du récepteur pour une utilisation qu'il ignore, il y a contrôle constant de la compétence de l'émetteur mais pas de celle du récepteur. L'émetteur ne sait pas s'il est vraiment compris, ni même reçu, si le récepteur ne manifeste aucune réaction. L'émetteur écrit ou dit le savoir de son domaine, dans les termes qui lui permettent de l'exprimer. Ces termes lui sont fournis par son institution d'origine. L'informé garde la responsabilité de l'interprétation et de l'usage de ces informations.

Si nous poussons un peu plus loin l'analyse de ce contrat il apparaît une conséquence importante. Le destinataire devrait avoir intérêt à ne demander à l'émetteur que le minimum d'informations qui lui sont nécessaires pour dériver par lui-même les résultats qu'il désire. C'est à lui de limiter « l'achat » de nouveaux énoncés. Cette clause instaure une nouvelle partition dans le corpus des théorèmes à communiquer, partition entre ceux qui sont dérivables par le destinataire et selon son opinion et ceux qui ne le sont pas. Bien sûr la dérivabilité dépend des capacités de l'informé et, effectivement, de l'idée qu'il s'en fait, puisque c'est lui qui doit l'apprécier. De même que plus haut, on va donc voir s'installer soit une dérivabilité dialectique, soit une dérivabilité culturelle imposée.

Les contrats didactiques que nous étudierons plus loin intègrent les contrats non didactiques avec des clauses supplémentaires, ils ne sont que des palliatifs provisoires de celui-ci. Il est clair qu'un enseignement doit tendre à mettre l'élève dans la situation de pouvoir s'informer lui-même.

### ***Le contrat d'utilisation des connaissances***

Ce contrat reprend le précédent et lui ajoute une clause supplémentaire : le transfert vers l'informateur de la responsabilité de montrer à l'informé l'emploi et l'utilité des connaissances qu'il propose. L'informateur doit par *conséquent* accompagner le texte du savoir d'un champ d'applications dans lequel ce savoir est supposé jouer un rôle. Ce rôle est variable. Parfois chaque application se déduit du savoir initial qui constitue alors un ensemble de connaissances « suffisantes ». Parfois il y est seulement nécessaire, autrement dit l'application

ne peut être dérivée, démontrée ou calculée sans qu'il soit fait appel explicitement à ce savoir initial, mais d'autres connaissances sont nécessaires. Parfois encore, il n'est ni nécessaire ni suffisant mais il donne une alternative plus économique à des raisonnements, à des langages ou à des calculs déjà connus.

Il est très important de remarquer que ces relations entre un certain savoir et ses applications sont une fiction, une métaphore. Elles résultent, dans les cas les plus légitimes, à la fois de l'histoire, de la tradition, et de spéculations diverses. Rattacher entre elles des connaissances, les appliquer et les adapter à de nouveaux problèmes est le fait de l'activité "historique" aussi bien des hommes que des institutions. Personne ne sait à l'avance quelles seront les applications, les modifications ou le statut d'un savoir dans l'avenir car ces caractères évoluent fortement avec l'histoire. Seules les parties les plus anciennes et les plus stables du savoir peuvent subir ce traitement "didactique" sans recevoir trop d'objections et de contradictions. Pour enseigner un savoir nouveau, il est nécessaire de lui inventer des applications à la portée de l'apprenant. Ces constructions relèvent de l'ingénierie didactique et bien souvent de la fantaisie.

Dans le contrat d'information introduit plus haut, l'émetteur de mathématiques doit organiser une théorie qu'il connaît, de façon à pouvoir l'engendrer avec une certaine partie d'elle-même, mais il garde "secret" ce rapport et l'élève ignore où vont le mener les énoncés qu'il reçoit. Dans ce contrat-ci le rapport entre la partie générative et le tout engendré devient explicite. Les énoncés donnés comme savoir, restent des théorèmes, mais ceux qui doivent s'en dériver (logiquement ou autrement) changent de forme et de nom. Ils deviennent des questions, des situations ou des problèmes.

### ***Le contrat d'initiation ou de contrôle***

L'initiateur détermine un champ de connaissances auquel le récepteur veut s'initier et il lui propose les savoirs nécessaires et suffisants, ou au contraire, il lui propose une collection de savoirs et lui donne un ensemble d'applications "équivalentes" qui le justifient.

Dans les contrats précédents le récepteur devait décider s'il s'estimait suffisamment informé ou si au contraire il voulait davantage d'informations, ou des précisions supplémentaires sur celles qu'il avait déjà reçues. Dans ce nouveau contrat l'informateur prend en charge une partie de cette responsabilité : il donne à l'informé un critère pour déterminer s'il a bien "compris" (et pas seulement reçu) le savoir communiqué. Ce moyen consiste à établir une relation d'équivalence entre deux ensembles d'énoncés, le premier est un ensemble de savoirs communiqués comme tels (par exemples des énoncés d'une théorie), le second est proposé sous forme de questions, d'applications ou de problèmes à résoudre.

## Eclairages didactiques

En postulant l'équivalence informative des savoirs et des applications l'informateur dit à son informé :

- d'une part, que la connaissance des théorèmes sera "prouvée" si le destinataire sait faire la totalité des problèmes proposés,
- d'autre part, que pour savoir résoudre tous ces problèmes, il suffit de savoir et de bien utiliser tel ensemble de théorèmes.

Ainsi l'initiateur montre quels savoirs "se convertissent" en connaissances pour agir dans des situations déterminées, et quelles connaissances peuvent se convertir en savoirs. Les deux ensembles d'énoncés se justifient mutuellement : les applications légitiment la communication des savoirs, les savoirs prouvent la validité des énoncés obtenus en application.

Mais cette nouvelle clause repose sur une hypothèse dont la validité effective reste à établir. Cette équivalence annoncée est-elle effective ? Prenons le cas limite : la donnée du système d'axiomes d'une théorie mathématique suffit à en déterminer tous les énoncés. Il est plus difficile d'affirmer que la démonstration de tous les énoncés d'une théorie implique la connaissance explicite de tel ou tel de ses systèmes d'axiomes. Personne n'osera affirmer que tout mathématicien est capable d'obtenir effectivement l'un à partir de l'autre. L'association de savoirs et d'un champ restreint d'applications "équivalent" est le plus souvent totalement empirique. Elle résulte de pratiques, de conventions et d'habitudes que les travaux actuels de didactique sont loin de pouvoir objectiver.

Théorèmes et problèmes sont des énoncés d'une même théorie, il n'y a pas de différence mathématique entre eux, seulement une différence de forme dictée par une différence de position dans le contrat non didactique d'initiation. Nous verrons plus loin d'autres différences.

### *Le contrat d'instruction ou de direction d'études*

Il s'agit maintenant pour le directeur d'études, en plus de toutes les responsabilités précédentes, d'indiquer *comment* un savoir peut être appris. Il y a là un nouveau pari, une nouvelle fiction, et un nouveau transfert de responsabilité de celui qui devient un étudiant vers son directeur. Ce dernier propose des séries "d'exercices" qui sont supposés permettre d'acquérir les connaissances visées sans passer par la conversion des savoirs. Ces exercices sont des problèmes gradués, si semblables entre eux et si proches du savoir communiqué que la solution de l'un peut être transportée formellement dans un autre. La démonstration prend alors les caractères d'un calcul ou d'un algorithme (toutes les théories mathématiques ne se prêtent pas à ce traitement). L'apprenant peut vérifier qu'il a bien exécuté ou reproduit l'algorithme. Les différences entre les exercices ont pour objet d'illustrer les différents cas possibles et les différentes variantes correspondantes.



Comme plus haut la question de savoir si ces exercices sont effectivement nécessaires et suffisants pour provoquer la "connaissance" visée, cette connaissance se manifestant par la capacité d'établir la preuve de tout théorème du champ présenté comme problème. De plus l'incertitude précédente demeure et même s'accroît, il n'est pas sûr que les connaissances acquises dans ces conditions soient équivalentes aux savoirs culturellement correspondants. Ces exercices permettent toutefois aux élèves d'évaluer leur apprentissage, corriger leurs erreurs de compréhension.

### **Conclusion sur les contrats faiblement didactiques**

Remarquons que, jusqu'à présent, l'élève a gardé la responsabilité principale, celle de la réalisation effective de la communication qui s'effectue selon un processus dans lequel le diffuseur des connaissances a pris une responsabilité croissante. C'est l'apprenant en effet qui décide de l'usage des moyens mis à sa disposition. Son "instructeur" lui procure les énoncés principaux de la théorie, entourés de lemmes et de corollaires, des problèmes d'application de divers types, des exercices d'exposition ou d'entraînement et des moyens d'évaluation.

L'ensemble constitue un moyen fictif mais formel d'instruction mis à la disposition de l'apprenant par l'enseignant. Cette fiction épistémologique fait d'ailleurs partie du savoir communiqué.

Le contrôle exercé par l'apprenant sur son "instructeur" tend à établir une certaine règle d'économie sur la stratégie d'ensemble. Si les messages paraissent à l'apprenant insuffisamment "nouveaux", trop déductibles ou trop évidents, il pousse l'émetteur à augmenter le débit de son message, à le rendre plus informatif de façon à mieux occuper le temps de la communication. Il exerce une contrainte opposée dans le cas contraire. Ce contrôle limite l'émetteur qui peut avoir intérêt à alourdir son message, à le rendre redondant ou plus complexe ou, au contraire, à le laisser très allusif voire ésotérique. C'est seulement si un contrat échoue que le moniteur peut être conduit à lui en substituer un autre, plus fortement didactique, dans lequel il accepte plus de responsabilité.

Les contrats faiblement didactiques prennent en compte le projet de faire approprier un savoir par un interlocuteur, celui-ci étant pris en tant que sujet épistémique, mais non en tant que sujet effectif.

*Dans les relations didactiques effectives se glissent fréquemment des phrases où les responsabilités du professeur et de l'élève se répartissent selon les variantes du contrat faiblement didactique : contrat d'émission ou de communication, pour la forme, contrat d'expertise, de production ou d'information pour le contenu, contrat d'application, d'initiation ou d'instruction pour l'usage de messages émis.*

### 3.1.3. Contrats fortement didactiques portant sur un savoir "nouveau".

#### *Généralités sur les contrats d'enseignement*

Il est classique de considérer qu'un contrat d'enseignement met en présence, effectivement ou potentiellement, au moins deux institutions :

- celle qui est enseignée (E-é),
- celle qui enseigne (E-a),

mais une analyse convenable doit en considérer au moins deux autres :

- l'institution (M) à laquelle l'enseigné devra s'assujettir à la fin de l'enseignement, alors qu'il ne le pourrait pas avant ; elle détermine en fait ainsi la matière de l'enseignement (connaissances et savoirs) et son but réduire le gradient culturel entre les deux institutions E-é et E-a.

- l'institution (D), qui décide que l'enseignant doit préparer l'enseigné à entrer dans les pratiques de l'institution M, elle délègue à l'enseignant sa mission et lui donne sa légitimité à décider de l'avenir de l'enseigné.

En fait ces quatre fonctions, modélisées par quatre institutions potentielles peuvent être assumées par des institutions effectives distinctes ou confondues. Par exemple l'autodidacte en assume au moins trois (D, E-é, E-a), pour s'adapter à la quatrième M.

Le contrat d'enseignement stipule essentiellement que l'institution enseignante prend la responsabilité du résultat effectif de son action sur son élève.

#### *Le contrat didactique strict*

*Le professeur* veut provoquer un apprentissage. Il s'agit donc, pour lui, de modifier les systèmes de décisions de l'enseigné face à un certain ensemble de situations typiques de M, dans un sens que l'on pense favorable à l'adaptation visée et/ou conformément à un savoir constitué.

Cette modification s'effectue le plus souvent d'une façon indépendante de la volonté de l'enseigné, et qui même peut échapper à son contrôle immédiat. Le cas typique et extrême de la relation didactique est celui où le professeur veut enseigner à son élève un savoir auquel cet élève est complètement réfractaire.

De même le travail culturel peut avoir permis de réduire les conditions d'adaptation à l'institution cible M (connaissances et savoirs) à l'acquisition d'un certain ensemble de savoirs dûment répertoriés. L'enseignant est déchargé de la responsabilité de l'invention de tous les moyens d'adaptation, son contrat d'enseignement se réduit à l'enseignement des savoirs convenus. Ce contrat qui se "déduit" du répertoire des savoirs serait le contrat didactique au sens le plus étroit. On peut montrer que la réalisation effective d'un projet didactique implique la mise en oeuvre de situations qui tendent à modéliser le fonctionnement du savoir et des connaissances afférentes (et non transformables

ou non transformées en savoirs). Un projet didactique implique un projet d'enseignement mais la réciproque n'est pas toujours vraie.

La modification intentionnelle du "récepteur" n'est pas une communication ni même une argumentation, mais une action. L'enseignant tente de fixer directement les états du système enseigné, au besoin sans passer par son jugement et son agrément. La légitimité de cette action tient à diverses conditions :

- Le savoir communiqué n'est pas une production ou une invention personnelle du professeur. Celui-ci au contraire garantit sa conformité avec le savoir qui a cours dans une institution de référence. Il n'est pas arbitraire. Il a été repéré et déterminé, soit avec l'enseigné, soit avec un tiers responsable.

- Ce savoir n'est pas un simple enregistrement d'informations. Il lui correspond un champ dans lequel les capacités de réponses de l'élève ont été modifiées. L'existence de ces situations dans lesquelles le savoir appris révèle son efficacité permet à l'élève d'objectiver après coup l'assujettissement qu'il a accepté ou subi et de s'en libérer. C'est à dire d'oublier en fait les circonstances de l'apprentissage pour ne plus retenir que le savoir et les conditions de son usage (le milieu).

- L'action s'achève lorsque l'enseigné est supposé capable de prendre ses décisions par lui-même (en connaissance de cause). L'assujettissement n'est que momentané.

L'étude théorique générale de ce contrat, de ses variantes et de ses avatars peut être trouvée dans les : « fondements » et dans les autres textes sur le contrat didactique. Elle ne sera pas reprise ici où il ne s'agit que d'inventorier des stratégies. Mais ces stratégies ont pour objet de contourner les paradoxes fondamentaux et nous allons montrer qu'aucune ne peut y parvenir. Le contrat didactique reste un faux contrat frontalement « intenable ».

De plus ce contrat devient tributaire de l'épistémologie du professeur et du contrat social. Nous avons vu plus haut sur quelle fiction épistémologique s'installent les trois derniers contrats. La légitimité « historique » de la position et de la fonction d'un savoir peut-elle servir encore lorsqu'il s'agit de le faire acquérir réellement par un sujet ? Comment peut-on affirmer que ce savoir est effectivement équivalent à un certain ensemble d'exercices auquel son acquisition entraînera certainement la réussite ? Les critères empiriques de dépendance entre les acquisitions sont encore extrêmement flous et ceux dont nous disposons vérifient très peu les assertions théoriques.

La transformation de ces applications en exercices d'évaluation par le professeur (l'évaluation de son enseignement, évaluation du savoir appris, l'évaluation de l'élève, etc.) et à fortiori en exercices d'apprentissage pose de nombreux problèmes de didactique, d'épistémologie et de psychologie cognitive.

## Eclairages didactiques

Nous allons examiner différentes stratégies définies par le renvoi de la responsabilité principale à tel ou tel des éléments de la situation didactique, et par les hypothèses épistémologiques qui sont associées à ces contrats.

### *Le contrat de reproduction formelle*

Le professeur s'engage à faire effectuer, par l'élève, et par un moyen quelconque, une tâche qui est reconnue par la culture comme la marque de l'acquisition d'un savoir : par exemple, l'élève dira le texte d'un théorème, écrira la solution d'un problème, reproduira à la demande une activité déterminée. Le moyen par lequel la production de l'œuvre de l'élève est obtenu n'entre pas en compte car c'est l'activité elle-même qui est supposée être la source et la preuve de l'apprentissage. Qu'un virtuose ou un peintre génial ait ou non beaucoup travaillé et soit ou non en mesure de commenter son oeuvre n'a pas d'importance.

Ainsi, en mathématiques, l'enseignant peut exiger de l'élève qu'il recopie la correction d'un problème, qu'il récite un énoncé, qu'il imite une procédure, etc. La traduction des ordres du professeur en actes n'exige pas le passage par la connaissance visée. Il serait périlleux sous ce prétexte d'ignorer que ce type de stratégie peut apporter une contribution importante à certains apprentissages. Le fait que ces moyens de reproduction, par imitation, n'exigent pas de formulation de raisons ou d'explications leur confère des propriétés intéressantes, par exemple pour acquérir "du métier".

L'élève s'engage à effectuer la tâche définie à la condition qu'elle soit complètement réductible au répertoire qu'il possède. Dans ce système, l'exécution de la tâche par l'élève n'est pas donc pas l'objet d'un vrai contrat didactique. L'effet didactique de l'exécution de la tâche n'est assuré que par les croyances du professeur ou de la culture. La croyance en ce que l'activité engendre la connaissance (la main façonne l'esprit) a été appuyée par de nombreuses thèses pédagogiques. L'opinion répandue "j'entends, j'oublie ; je vois, je comprends ; je fais, je retiens" tendrait à faire du contrat de reproduction une panacée. C'est une position bien excessive.

### *Le contrat d'ostension*

Le professeur "montre" un objet ou une propriété, l'élève accepte de le "voir" comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance, ou plutôt de reconnaissance, ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous-entendu que cet objet est l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites. Ce procédé fonctionne assez bien dans la vie courante, pour faire identifier une personne, une espèce animale ou un type d'objet à l'aide d'un répertoire de reconnaissance « universel ». Il est en tous cas exigé banalement dans les rapports institutionnels élémentaires.

Le contrat didactique d'ostension repose sur ce succès, mais il est insuffisant pour "définir" un objet mathématique. Par exemple "définir" un polynôme comme une somme de monômes, ou présenter le dessin d'un carré, ou "décrire" un décimal comme un nombre comportant une virgule, ne permet pas de déduire les propriétés caractéristiques de ces objets mathématiques (c'est à dire de reconnaître quelles sont les factorisations compatibles avec la structure d'anneau, que l'égalité ou la perpendicularité des diagonales peuvent se déduire d'autres propriétés, etc.)

Le professeur l'exigera néanmoins et l'élève s'y pensera tenu, soutenus qu'ils sont par les idées suivantes : le professeur doit utiliser un répertoire de reconnaissance à la portée des élèves, les moyens de reconnaissance "généraux" sont "universels" et donc identiques pour le professeur et pour l'élève qui doivent "voir" la même chose dans les mêmes objets. La base du contrat est donc une hypothèse épistémologique empiriste et réaliste qui arrange apparemment les deux parties. Elle permet au professeur de prétendre communiquer une connaissance en faisant l'économie à la fois des situations d'action où elle transparait, de sa formulation et de l'organisation du savoir correspondant. Cette présentation ostensive permet d'ailleurs une "familiarisation" avec un objet d'études qui sera supposé être repris et redéfini plus tard. Le pouvoir de "généralisation" prêté à l'élève (et exigé de lui) ne peut fonctionner que dans le cas où il est culturellement et didactiquement soutenu par une fréquentation ou un "frayage" qui crée un domaine et une pratique d'usage commun. Il ne peut pas être mathématiquement justifié.

L'induction radicale exigée par le contrat d'ostension échoue souvent. Le professeur soutient la fiction de sa légitimité et de sa fécondité par des contrats d'analogie. La classe n'est plus suggérée par un mais par plusieurs éléments, dont les propriétés "visibles" communes et leurs variations sont supposées plus "génériques".

Le contrat d'ostension, bien que fondé sur une épistémologie "fausse", est pourtant très utilisé par les enseignants car il fonctionne très bien dans de nombreux cas où une définition mathématique serait trop lourde ou inutile.

### ***Le contrat de conditionnement***

La production (obtenue par imitation ou par exécution d'un ordre) d'une tâche n'étant pas le plus souvent une garantie que l'élève peut la reproduire en toute circonstance, l'enseignant est conduit à chercher des conditions qui fonctionneront comme des causes d'apprentissage, indépendamment des savoirs du sujet et de ceux qu'on veut lui enseigner, c'est à dire de ses *raisons de savoir* ce qu'il a appris. Les thèses associationnistes et béhavioristes apportent des justifications à la répétition de situations de reproduction, ou de toute situation didactique, pour en assurer le succès. Plus que d'autres, ce contrat se prête à des

## Eclairages didactiques

usages excessifs car il laisse peu de place à des indices conduisant à sa propre régulation. Si le psittacisme n'a aucune vertu dans le domaine des savoirs, il serait vain de nier la place que peuvent tenir les connaissances ou les apprentissages formels dans le fonctionnement cognitif même le plus évolué. Exiger la "récitation" d'un savoir peut conduire l'élève à des réflexions personnelles intéressantes sur ce savoir. Les connaissances acquises implicitement dans des pratiques répétées ont leur intérêt.

Concrètement le professeur prend à sa charge l'organisation d'une répartition "raisonnée" d'exercices "raisonnablement" répétitifs, et légèrement informatifs et gère le débit en fonction du rendement de son procédé qui est globalement assez faible. Recourir exclusivement aux causes d'apprentissage sans se soucier des raisons de savoir est un procédé désespéré.

Le rôle de l'élève est de se prêter à la répétition. Il peut - et son professeur aussi - croire que le temps se chargera de lui enseigner (de le familiariser avec) ce que ni l'un ni l'autre n'affrontent sur le moment. Le danger vient de ce que ce n'est pas entièrement faux.

### *La maïeutique socratique*

Le professeur choisit des questions telles que l'élève puisse en trouver les réponses avec ses propres ressources, et il les organise de façon à modifier ses connaissances ou ses convictions. Le professeur modifie ses questions en fonction des réponses de l'élève. Mais le choix des questions n'est soumis à aucun contrat didactique, elles peuvent être très ouvertes ou très fermées comme dans le dialogue du Menon, elles pourraient a priori emprunter n'importe quelle voie rhétorique et obtenir la "bonne" réponse par des analogies, des métaphores etc.

Aussi ce contrat pourrait-il être considéré comme un cas particulier du contrat de reproduction en ce sens que le professeur fait dire à l'élève le savoir qu'il vise à lui transmettre en s'abstenant de le lui dire lui-même. Toutefois le passage des ordres aux questions introduit une grande différence. Tout dépend de l'idée que le professeur se fait du savoir et de la connaissance qu'il en a (l'épistémologie du professeur et ses qualités de mathématicien). Pour Platon, la théorie de la réminiscence assurait que la production d'un indice de savoir était associée à un savoir correspondant parce que ce dernier était "déjà là". En conséquence il est inutile de l'apprendre au sens moderne : « dire » équivaut à "savoir".

Combinée à d'autres conditions, elle est une des sources de certaines formes d'enseignement programmé.

La maïeutique, assez appropriée à un préceptorat, se prête beaucoup moins bien à l'interaction entre un professeur et une classe. La maïeutique collective est pourtant très employée et provoque de nombreux effets didactiques plus ou moins négatifs.

Un de ses principaux inconvénients vient de ce qu'elle tend à exclure les interactions du sujet avec un milieu effectif. Toutes les situations "a-didactiques", en particulier les problèmes, sont difficiles à inclure dans une maïeutique à cause de la dispersion des réponses et des problèmes qu'ils peuvent soulever.

### ***Les contrats d'apprentissages empiristes***

Dans ce cas la connaissance est supposée s'établir essentiellement par le contact avec le milieu auquel l'élève doit s'adapter. La responsabilité de l'apprentissage est renvoyée au milieu et à la nature.

Dans les formes les plus simples la lecture est presque directe. L'élève perçoit en "voyant" la structure (sans processus intermédiaire, ni culturel, ni cognitif). Cette position a été identifiée par Aebli<sup>1</sup> comme un empirisme sensualiste, appuyée sur des théories épistémologiques comme celle de la Gestalt ou des traces mémorielles. Jointe à l'idée que la lecture directe peut être aussi immédiate, elle conduit à des stratégies didactiques d'**ostension** : le professeur montre un objet et l'élève est supposé y voir les notions, les concepts, les propriétés.

Ce que l'élève ne perçoit pas du premier coup, il le découvre et l'apprend par une fréquentation répétée des mêmes circonstances. L'idée que c'est la répétition des contacts directs avec le milieu qui enseigne conduit à l'apprentissage « par », ou au moins « sur », le terrain ou par « frayage ». Les méthodes Freinet, certaines méthodes actives, ainsi que le constructivisme radical, se justifient en partie par des points de vue similaires. Le savoir, quand il n'est pas ignoré, n'est qu'un commentaire, qu'une description de ce que la nature nous enseigne, un raccourci d'action, ou d'apprentissage, ou même un simple moyen didactique.

### ***Les contrats constructivistes***

Dans ce nouveau contrat les situations qui conduisent les élèves à l'apprentissage de connaissances ne sont plus des situations "naturelles". Le professeur organise le milieu et lui délègue la responsabilité des acquisitions. Mais cette organisation est dérivée essentiellement du savoir visé et de la connaissance des processus d'acquisition des élèves et non pas seulement modélisée des situations "de référence" rencontrées dans l'institution cible, ou dans l'institution savante qui produit le savoir. Ce milieu peut d'ailleurs être effectif ou fictif, il est souvent l'un et l'autre suivant diverses conditions ergonomiques. Les savoirs (anciens) ne se manifestent que comme pré-requis, c'est à dire comme moyens de formuler les conditions initiales de la situation, l'énoncé du problème, comme moyens d'évoquer la stratégie de base, etc. Le recours à des phases a-didactiques (d'action, de formulation ou de validation) pour faire créer diverses formes de connaissances est un exemple de ce contrat.

---

<sup>1</sup> Aebli, « Didactique et Psychologie », Delachaux et Niestlé, 1960

## Eclairages didactiques

L'élève est supposé rationnel ou au moins cohérent (en particulier relativement fidèle) et économique. Il s'adapte pour minimiser ses efforts ou ses risques et pour accroître son plaisir, d'où l'idée de représenter ses comportements par des modèles ergonomiques : schèmes ou conceptions calculés. En fait, la cohérence n'est souvent que locale et l'élève s'accommode de contradictions par des assujettissements distincts à des situations différentes. La dévolution de la responsabilité de la cohérence est économisée par la fidélité à un discours cohérent...

La théorie des situations montre le caractère insuffisant de chacun de ces contrats pour construire à la fois un savoir canonique, les connaissances qui l'accompagnent et les pratiques qui caractérisent sa mise en oeuvre, au cours de genèses souvent longues. L'enseignant, dans la relation didactique, se manifeste, localement par le choix, la rupture et le remplacement des contrats suivant des indices et des stratégies de régulation qui échappent pour l'instant à nos moyens d'investigation.

### **3.1.4. Contrats basés sur la transformation des savoirs "anciens"**

#### *Les savoirs "anciens" dans la relation didactique*

Dans les stratégies présentées plus haut, le savoir émis est supposé "nouveau". Le savoir "ancien" ne sert qu'à présenter les conditions de son apprentissage, ou à le construire par superposition et à l'intégrer par une genèse standard donnée par l'organisation culturelle des savoirs. Il correspondrait aux apprentissages que Piaget comparait aux assimilations. Même dans les conditionnements, le savoir n'est pas supposé se modifier au cours des répétitions. Sauf peut-être dans certaines interprétations de la maïeutique, la récupération, la correction, le remplacement, la transformation, le rejet des savoirs anciens est à la charge de l'élève.

Dans les types de contrats basés sur la transformation des savoirs anciens, le système didactique accepte de remettre en question l'ordre empirique, l'ordre axiomatique ou l'organisation culturelle standard pour s'adapter à un ordre génétique. Il accepte la réalité des apprentissages par accommodation, l'existence d'obstacles et la nécessité de connaissances provisoires, "transposées" et révisables dans le processus d'enseignement. L'articulation et la genèse des savoirs, collective ou personnelle, entrent dans la négociation du contrat.

Le système didactique, dans ce type de contrats accepte au moins une épistémologie selon laquelle la genèse collective didactique des savoirs procède par modifications et par ruptures à l'instar d'une genèse historique et non pas de façon linéaire par simple accumulation de savoirs. Dans un contrat plus complexe, c'est l'adaptation à l'ontogenèse et à la psychologie de l'enfant qui



justifie une genèse collective appropriée. Mais les travaux de J. Centeno<sup>2</sup> ont montré que le contrat didactique approprié implique une mémoire didactique du professeur qui lui permet d'utiliser le passé particulier de la classe et de gérer l'articulation des apprentissages particuliers en relation avec l'histoire de la classe et des élèves.

L'enseignant prend en compte l'histoire du sujet et la sienne propre, il accepte d'avoir une "mémoire didactique". Dans ce cas un contrat didactique est d'autant plus nécessaire que l'élève a développé son propre rapport au savoir ancien, qu'il lui a déjà attribué un sens, une place dans l'établissement d'autres savoirs. La reprise d'un savoir ancien appelle donc une nouvelle répartition des responsabilités entre le professeur et l'élève. Le plus souvent les raisons de la reprise ne sont pas les mêmes pour le professeur et pour les élèves.

La reprise peut être justifiée par des raisons didactiques :

- un échec de l'apprentissage précédent,
- une mobilisation et une adaptation en vue d'apprentissages nouveaux,
- la réorganisation après coup de l'histoire effective de l'apprentissage et des savoirs acquis en une genèse fictive où les causes d'apprentissage sont interprétées en raison de savoirs ou par des raisons épistémologiques, sans rapport avec les apprentissages antérieurs,
- une réorganisation de savoirs anciens, un changement de position par rapport à des acquisitions anciennes, une adaptation pour la construction d'un savoir nouveau,
- une extension du savoir à des domaines nouveaux de savoir, à des applications qui demandent une adaptation de l'outil appliqué.

Plus concrètement, il convient d'examiner les changements de statuts :

- les transformations des savoirs enseignés en moyens de décision, en connaissances,
- inversement les transformations de connaissances développées dans des situations d'action, de communication ou de preuve, en savoirs institutionnalisés, organisés de façon canonique.

### ***Les contrats de reprise des savoirs "anciens"***

#### ***La révélation :***

Le savoir ancien n'est évoqué, le plus souvent implicitement, que pour servir de décor, de faire valoir, d'antinomie, au savoir nouveau et finalement être "péjoré" ou rejeté.

---

<sup>2</sup> J. Centeno et G. Brousseau (ICME Budapest)

### *Le rappel :*

Le concept de situation de rappel a été introduit par M.J. Perrin<sup>3</sup>. Le savoir rappelé est supposé être "identique" au savoir convoqué. Les faits principaux et les actions passées sont évoquées, formulées, reconstruites, rationalisées et justifiées après coup dans une situation didactique particulière qui est un des instruments principaux de l'institutionnalisation. L'explicitation des faits connus de tous est théoriquement placée sous le contrôle de la mémoire personnelle de l'élève, mais il est clair qu'il ne peut formuler et rendre public que ce que le répertoire didactique lui autorise. D'un autre côté ces situations de rappel permettent à l'élève de formuler ses observations et ses souvenirs de façon incomplète et allusive puisque leur passé commun met le professeur en mesure de les comprendre. Il se crée ainsi une zone proximale d'apprentissage où les connaissances apparaissent sous des formes provisoires (inévaluables de façon formelle mais perceptibles au professeur) avant leur acquisition sous forme de savoirs.

### *La reprise :*

La forme ancienne est dans ce cas ouvertement mise en cause dans sa forme : elle fait alors l'objet d'une formulation, ou d'une traduction, ou dans sa constitution même : elle est alors l'objet au moins d'un commentaire, souvent d'une explication, d'une remise en cause, d'une critique, ou même d'un rejet. La reprise place le savoir ancien dans une nouvelle dialectique.

Les inconvénients de l'utilisation bonne ou mauvaise des connaissances anciennes se révèlent aux enseignants et aux administrateurs de l'enseignement lors des changements de classe ou de niveaux<sup>4</sup>.

## **3.2 La régulation didactique**

### **3.2. 1. Critique de la méthode, des "méthodes"**

Qu'il s'agisse de décrire les pratiques effectives des enseignants, ou de leur proposer des moyens d'action, la littérature usuelle le fait presque sûrement sous la forme de « méthodes ». Peut-être est-ce l'effet du désir de rationaliser l'action des professeurs et de la nécessité de réduire la complexité des phénomènes qu'ils ont à prendre en compte.

Ce qui précède tend à montrer cas par cas ce qu'un raisonnement avait déjà établi de façon plus générale en théorie des situations : aucune méthode didactique ne peut résoudre seule les paradoxes fondamentaux et donc aboutir à un apprentissage des mathématiques. Même s'il obéit à des conditions et à des lois

---

<sup>3</sup> MJ. Perrin, Thèse

<sup>4</sup> J. Centeno et G. Brousseau

générales et collectives, ce dernier s'effectue par un processus historique dans des conditions dialectiques où les ruptures jouent un rôle important. Ainsi le travail didactique du professeur consiste essentiellement à réguler et changer de contrat didactique de façon à maintenir des équilibres et des conditions optimales et non pas à appliquer contre vents et marées une méthode, aussi sophistiquée soit-elle.

En fait les méthodes qui décrivent l'action didactique ne prennent que très peu en compte la régulation du système alors que l'essentiel du travail didactique va consister à maintenir la relation didactique dans des limites acceptables par rapport à différentes variables. Ces bornes au-delà desquelles entrent en oeuvre des corrections spécifiques forment un "polyèdre". La régulation va conduire à l'usage de toutes les méthodes.

Il ne s'agit pas d'affirmer que la régulation des méthodes doit échapper à l'analyse scientifique mais d'orienter la recherche sur un terrain nouveau celui des indices de dérèglements et des moyens de régulation qu'ils appellent. Le fait que ces écarts ne puissent pas être corrigés seulement par une décision à l'intérieur d'une même « méthode » mais par des changements de contrats c'est à dire par des méthodes différentes change la complexité mais pas la nature du problème. Cette orientation pourrait tout de même avoir une conséquence sur la conception que la société se fait de l'enseignant : certains voudraient l'enfermer dans l'application d'une méthode. il semble qu'il faille renoncer à cette image.

### **3.2. 2. Les objets de la régulation**

Ce sont ceux qui ressortent de l'étude précédente. Ils sont très nombreux et peuvent être classés en première approche selon les types proposés par la théorie des situations. Il faut y ajouter toutefois tout ce qui touche aux caractères temporels. Par exemple, certaines variables caractérisent des phénomènes instantanés et relèvent d'une correction continue. Elles contrôlent des vitesses de variation, comme par exemple le débit didactique qui mesure l'apport d'information par les variations de l'incertitude des élèves. D'autres variables concernent un intervalle de temps assez court comme par exemple le temps ou les délais accordés à telle ou telle partie du travail. D'autres enfin concernent des phénomènes cumulatifs ou se déroulant sur un long terme.

Il faut remarquer que les équilibres dont il s'agit ne sont pas pour la plupart identifiables avec le choix d'une valeur moyenne pour une variable déterminée, mais plutôt comme le maintien de relations dialectiques entre des systèmes antagonistes.

Il convient donc d'équilibrer aussi le recours à la mémoire et le recours à la reconstruction instantanée des savoirs, les caractères ancien ou nouveau des connaissances en jeu au cours d'une leçon, et dans cette voie, la répétition ou le rite et la rupture.

Dans le même ordre d'idée, le traitement immédiat des situations et des apprentissages n'est pas toujours possible, mais la référence et le renvoi à d'autres

## Eclairages didactiques

apprentissages, sous la responsabilité du professeur ou sous celle de l'élève doivent être limités.

Dans la mise en oeuvre d'une situation d'action, l'équilibre entre ce qui est effectif et ce qui est fictif ne doit pas être rompu, ainsi que l'équilibre entre le dit et le non dit, ou celui entre les formes procédurales et les formes déclaratives du savoir.

A propos d'un même concept, des connaissances trop nombreuses et trop familières rendent inutiles ou biaisent les savoirs qui sont une autre manière de l'approcher, inversement des savoirs associés à trop peu de connaissances pertinentes ne peuvent fonctionner. Il faut donc maintenir un certain rapport entre ce qui reste historique dans la genèse du savoir, et ce dont la structure est reconnue et institutionnalisée.

Il est aisément concevable que le professeur doit maintenir un gradient didactique suffisant pour permettre un fonctionnement aisé des connaissances de l'élève et une convergence vers les pratiques visées. Cela entraîne le maintien de différences raisonnables entre les divers vocabulaires en présence celui de l'élève (l'ancien et le nouveau), celui du professeur, celui du scientifique (exemple : écart/angle). Ces différences ne doivent être ni trop grandes ni trop petites.

La variété des modes d'expression et le choix des différents langages enseignés pour manipuler une même notion doivent être régulés. Trop de formes d'expression différentes pour une même notion, surtout si elles apparaissent avec des fréquences trop voisines, ne favorisent pas l'usage ni l'apprentissage, contrairement à une croyance didactique très répandue.

Ce contrôle en rejoint un autre, très actuel aussi. Augmenter le "sens" pour l'élève apparaît comme un projet didactique favorable dans tous les cas. Certes la présentation de situations susceptibles de faire apparaître la création et l'usage d'une connaissance comme évidente et naturelle, le rattachement de cette connaissance à d'autres pour mieux la définir ou la comprendre, l'exemple de ses applications multiples, ses traductions dans toutes sortes d'autres langages et toutes sortes d'enrichissements peuvent chaque fois apparaître localement comme un progrès. Mais l'acquisition de connaissances par des processus basés sur leur sens est très souvent très coûteuse en temps, l'accumulation des circonstances particulières encombre l'apprentissage et cache les structures. La nature des mathématiques est d'oublier les circonstances inutiles grâce à la formalisation et à la généralisation à bon escient. La recherche du sens doit être corrigée par une autre, celle de la structure, de la théorie, etc. et elle doit en retour contrôler le formalisme de l'enseignement.

Nous ne citerons ici que pour mémoire l'équilibre entre le langage et le métalangage, le recours au contrôle du sens par des moyens exogènes (mnémotechniques, métaphoriques, etc.) doit être lui aussi mis sous tutelle. Nous avons signalé les mécanismes du glissement métadidactique.

La gestion des motivations, extrinsèque mais surtout intrinsèque des élèves requiert une compréhension profonde du plaisir ou de la peine de l'élève, peut être pas celle, trop intime et personnelle, de chaque élève, mais celles, bien réelles, construites dans une petite collectivité par les actions et les réactions communes.

Citons enfin, parmi d'autres, les équilibres entre les types de justifications évoqués par le professeur lors de la correction des erreurs ou des exercices. Selon qu'il veut ou non prendre en charge la correction d'une erreur dans sa stratégie didactique, il attribuera l'erreur à des caractéristiques de l'élève (inattention, n'a pas compris, ne comprendra jamais), à des caractéristiques de l'erreur (correction techniciste : écart avec la norme, la règle est violée), à des particularités de l'apprentissage (échec de la leçon correspondante), ou à des particularités du savoir qui relèvent d'une intervention spécifique. Il n'est pas recommandé de toujours expliquer aux élèves les "vraies" raisons de leurs difficultés ni les arcanes des analyses psycho-didactiques de leur état. La perméabilité didactique dans ce domaine peut avoir les conséquences les plus négatives.

Chaque débordement pour chaque variable possède finalement un prix didactique.

