

Multiplication en ZEP

Le jeu de Pythagore

Nicole Bonnet

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Rennes 1996.

Comment faire apprendre les tables de multiplications à des enfants réfractaires? Il s'agit de les faire mémoriser autrement que par le "par cœur", dans un va-et-vient "j'apprends pour jouer, je joue pour apprendre", grâce au jeu de la table de Pythagore.

L'auteur présente ici un dispositif pour la formation initiale et continue, étroitement articulé à une démarche d'enseignement éprouvée dans des classes de ZEP.

INTRODUCTION

Dans le cadre d'un travail avec une classe de CM1/CM2 en Z.E.P. de NEVERS, j'ai mis en place un dispositif visant l'apprentissage des tables de multiplication qui s'appuie sur le jeu de la table de Pythagore¹, légèrement modifié. Je décris ici la manière dont j'ai utilisé ce point de départ en formation de formateurs lors du séminaire de Rennes : j'ai proposé un parcours en quatre étapes visant l'appropriation du jeu et une analyse a priori de dispositifs d'enseignements s'appuyant sur cet outil.

- ◆ Première étape : appropriation du jeu
- ◆ Deuxième étape : dispositif de travail
- ◆ Troisième étape : mise en commun et synthèse des productions
- ◆ Quatrième étape : compléments et commentaires

Mon propos est complété par des commentaires consécutifs au transfert de la démarche en formation continue d'enseignants. En dernier lieu, je présente la mise en oeuvre effective telle qu'elle a été faite en classe de CM1 / CM2.

¹ In : « Jeux 2 », publication A.P.M.E.P. n° 59

PREMIÈRE ÉTAPE : APPROPRIATION DU JEU PAR LES FORMÉS

Travail par deux

Phase 1. Découverte « sauvage » du jeu (20 minutes) :

⊗ Consigne :

« Voici une description de jeu avec la règle (distribuer le document 1)². Vous disposez en outre d'une planche de jeu et des cartons associés. Jouez ! ».

Phase 2. Repérage des stratégies locales (20 minutes) :

⊗ Consigne :

« Ce jeu n'est certainement pas un jeu entièrement de hasard. Repérez les stratégies locales et rédigez-les ».

Cette demande est faite pour que la formulation et l'énonciation soient plus claires.

Le formateur fera un tour des couples de partenaires en demandant d'énoncer les stratégies et les notera au tableau. Deux types de formulations possibles :

- celles qui relèvent des stratégies (tactiques locales) ;
- celles qui relèvent des connaissances en jeu,

Le formateur les notera dans l'ordre chronologique.

⊗ Remarques :

Je pense que ces stratégies locales n'émergeront pas toutes à ce stade. Si je me suis trompée, la phase 3 est inutile. Dans ce cas, il convient tout de même de trier les stratégies écrites en phase 2.

Phase 3. Émergence plus fine des stratégies (10 minutes)

⊗ Consigne :

« Voici une grille d'un jeu déjà commencé (document 2), vous allez tout d'abord déterminer un joueur A et un joueur B. Les règles du jeu ne sont pas modifiées, sauf qu'il n'y a pas de pioche. Si vous ne pouvez plus jouer, vous passez votre tour. Lorsque vous « posez un carton », il faut barrer le nombre dans votre colonne et le reporter sur grille du bas qui est la mémoire du jeu ».

⊗ Remarques pour le formateur :

² L'ensemble des documents (numérotés de 1 à 10) est situé à la fin de l'article

1. Les stratégies locales sont les suivantes :

- S1 : Se débarrasser des cartons trop éloignés du jeu
- S2 : Poser le plus tôt possible les cartons qui existent en plusieurs exemplaires (il convient donc de regarder son jeu, mais aussi celui de son voisin).
- S3 : Poser le plus tard possible les cartons qui n'existent qu'en un seul exemplaire (cases hachurées sauf 4, 9, 16 et 36)

2. Ces différentes phases permettront aux formés de se rendre compte que la bonne compréhension d'un jeu nécessite un temps assez long d'appropriation et qu'il est nécessaire de jouer plusieurs fois.

Faire émerger les stratégies donne un intérêt au jeu : ce n'est pas un jeu de hasard total, elles donnent le pouvoir de gagner pour le joueur. De plus, celui-ci aura intérêt à acquérir des connaissances mathématiques (répertoire multiplicatif, décompositions multiplicatives d'un nombre, disposition spatiale des nombres qui figurent dans la table de Pythagore, connaissance du nombre de répétitions de chaque nombre, lecture d'un tableau à double entrée ...)

DEUXIÈME ÉTAPE : DISPOSITIF DE TRAVAIL

Durée approximative : 1 heure

Cette étape devrait permettre aux participants de se construire des éléments de réponse pour la question surgie à l'issue de la première étape : « faut-il connaître la table de multiplication pour jouer ou bien jouer pour apprendre la table ? ».

Les formés sont répartis en groupes de 4 personnes. Une affiche doit être produite en fin de recherche.

⊗ Présentation de l'origine des supports et de la démarche :

Il s'agissait d'une recherche menée dans une classe de deux niveaux CM1/CM2 où les élèves étaient en difficulté par rapport à la table de Pythagore.

Le test initial (document 3) avait donné les résultats suivants :

CM1 A : moyenne 8,6 / 10 ; B : moyenne 2,5 / 10

CM2 A : moyenne 9,1 / 10 ; B : Moyenne 4,8 / 10

En regardant les résultats du test A, j'avais tout d'abord pensé que les élèves n'étaient pas en si grande difficulté que cela, mais le temps imparti avait été suffisamment long pour qu'ils utilisent des procédures autres que celle de mémoire rapide. Procédures du type calcul à partir d'un multiple connu, comptage sur les doigts ou tout simplement tricherie (rapides coup d'œil sur des tables cachées sur leurs genoux).

Le test B, mettant en jeu d'autres compétences que la seule mémorisation est plus révélateur.

Apprentissage et difficultés

Le même test final a été proposé dans cette classe après une progression d'une dizaine de séances. Les résultats sont les suivants :

CM1 A : moyenne 9,5 / 10 ; B : moyenne 5,5 / 10

CM2 A : moyenne 9,9 / 10 ; B : Moyenne 9,4 / 10

Une très nette amélioration globale peut se percevoir au travers des moyennes.

⊗ Consigne de travail pour les formés :

« Voici des outils (documents 1, 2, 3 (déjà donnés), documents 4, 5, 6, 7, 8), qui pourraient servir dans une classe de CM dont le problème principal est l'apprentissage de la table de Pythagore. Quelle mise en oeuvre envisagez-vous ? »

Hypothèses :

- Le travail à partir de ce jeu favorise une autre forme de mémorisation que l'apprentissage par cœur : il s'agit ici de construire du sens et pas seulement de répéter des rituels du type : « 2 fois 3 font 6 ; 8 fois 5 font 40 ... »
- L'aspect ludique est motivant.

Remarque : Il se peut que la notion de repérage des cases, sur la table de Pythagore, soit à retravailler, mais ce n'est pas un objectif de cette étude.

TROISIÈME ÉTAPE : MISE EN COMMUN, SYNTHÈSE DES PRODUCTIONS

Durée approximative : 30 minutes

⊗Affichage des productions des stagiaires et commentaires :

Les questions suivantes ont fait et pourront faire l'objet de débats :

- A quoi sert le jeu de la table de Pythagore ?
- Selon les diverses propositions de mise en oeuvre, quelles sont les conceptions sous-jacentes de l'enseignement avec des élèves en difficulté qui émergent ?
- Quels autres intérêts, que celui de l'apprentissage de la table, voyez-vous dans ce jeu ?
- Avez-vous défini des objectifs préalables ? Lesquels ?
- Pourquoi avez-vous placé tel outil (document) à tel endroit ?
- Quels sont les obstacles potentiels qui peuvent arrêter les élèves, et dans ce cas, quelles aides suggérez-vous ?

⊗ Remarques pour le formateur :

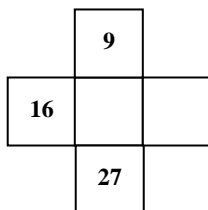
- Remarque 1 : Le document 4 pourrait permettre l'élaboration de séances où les enfants redécouvrent la table de Pythagore et quelques propriétés :
1. Echanges lignes/colonnes
 2. Diagonale axe de symétrie (commutativité) : $8 \times 5 = 5 \times 8$
 3. Fréquence de répétition des nombres
 4. Observation des lignes : différence entre deux naturels consécutifs
 5. Particularités de la ligne des 9
 - Les unités diminuent régulièrement de 1 en 1, et les dizaines augmentent régulièrement de 1 en 1.
 - La somme des chiffres vaut toujours 9.
 - Cette observation débouchera peut-être sur le critère de divisibilité par 9 : seuls les nombres dont la somme des chiffres vaut 9 sont divisibles par 9. (Ouverture possible vers la preuve par 9 qui n'est plus enseignée dans les écoles aujourd'hui, mais qui peut constituer un objet de réflexion en formation initiale).
 - Montrer une aide mnémotechnique aux enfants : table des 9 sur les doigts des deux mains



Exemple 9×5 : on abaisse le cinquième doigt et on lit

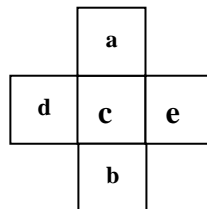
Apprentissage et difficultés

- Remarque 2 : Le document 5 peut permettre deux sortes de mises en oeuvre :
- ◆ Problème : recherche des relations qui relient les nombres d'une même croix, puis jeux de découverte de deux nombres inconnus d'une même croix par exemple :

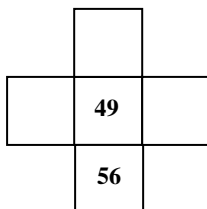


Il s'agit de faire découvrir (par les formés ou par les élèves), la relation suivante :

Dans une « croix magique », on a :

$$a + b = d + e = 2 \times c$$


- ◆ Trouver des solutions à la croix suivante. Laquelle est une solution qui se trouve dans la table de Pythagore ?



- Remarque 3 : Le document 6 permet aux enfants une première appropriation du jeu. Il est utile lors de l'analyse de plusieurs parties pour montrer que A ou B peuvent gagner (ce dont les enfants doutent au premier abord : ils pensent fréquemment que celui qui commence est le vainqueur). Il aide en outre à mettre en évidence les premières stratégies de jeu. Il devrait précéder le document 2.

- Remarque 4 : Le document³ 7 et le document⁴ 8 peuvent servir de soutien ou d'évaluation.
- Remarque 5 : En réponse à la question posée en deuxième étape : « Faut-il connaître la table de multiplication pour jouer ou bien jouer pour apprendre la table ? », je pense que les allers-retours table / jeu se font spontanément. La table de Pythagore (document 4) peut être une aide, un soutien pour que les enfants puissent jouer, au jeu de Pythagore. Mais rapidement, ils s'aperçoivent qu'ils perdent du temps à chercher les produits et qu'il vaut mieux les savoir par cœur. Le phénomène suivant peut alors s'observer : spontanément, sans que le maître leur impose, les élèves apprennent chez eux la table « *pour bien jouer et aller vite* ». Le jeu sert de motivation alors que le fait de calculer des opérations n'est absolument pas finalisé en soi pour un élève. Ils mémorisent donc pour jouer, sans se rendre compte qu'ils jouent finalement pour mémoriser ces tables.

QUATRIÈME ÉTAPE : COMPLÉMENTS

Des participants voudront rejouer au jeu de Pythagore, d'autres pourront utiliser les documents 9 ou/et 10.

- ◆ Document⁵ 9 : puzzle à découper et à reconstituer.

Nous engageons le lecteur à se poser la question suivante : quelles nouvelles difficultés surgissent ?

- ◆ Document 10 : bataille navale sur table de Pythagore⁶.

Ce jeu a pour objectif de réutiliser les tables de multiplication, afin que le phénomène de lassitude n'apparaisse pas.

Une difficulté que peuvent rencontrer les enfants est celle de l'identification d'une case. En effet, la case 4×3 n'est pas la même que la case 3×4 . L'expression orale devra donc être : "12 colonne du 3 ou 12 ligne du 4"

³ in « Jeux de calcul » du CP au CM2 de F. Boule, éditeur A. Colin.

⁴ d'après une idée de F. Boule

⁵ d'après une idée de F. Boule

⁶ jeu inventé par N. Bonnet à l'issue de l'atelier.

COMMENTAIRES APRÈS EXPÉRIMENTATION

Une expérimentation de cet outil de formation a pu être menée en formation continue auprès d'instituteurs. Mais les étapes 3 et 4 n'ont pas eu lieu faute de temps.

Bilan de l'étape 1

Dès la distribution du matériel (pour deux stagiaires : un jeu de Pythagore sur feuille A4 en bristol, et une enveloppe contenant 100 cartons numérotés), un grand intérêt se manifeste et persiste tout au long de l'activité.

C'est la question suivante : « Peut-on regarder le jeu de l'autre ? » qui amène l'idée de stratégies possibles. Les stagiaires ont ensuite travaillé sur ces stratégies. En voici quelques unes « en vrac ». Il s'agit soit de morceaux de tactiques, soit de connaissances nécessaires pour bien jouer.

- Une ouverture du jeu qui permet plus de possibilités est de placer les cartons de manière dispersée, une fois qu'ils sont tirés.
- Connaître toutes les décompositions des nombres de ses cartons (connaissances).
- Déterminer la fréquence d'un carton dans le tableau (connaissance).
- Regarder s'il y a des cartons de la diagonale (de son jeu ou de celui de son adversaire) et les garder le plus longtemps possible si l'autre ne les a pas (stratégie incomplète car les nombres de la diagonale n'ont pas tous la même fréquence d'apparition).
- Parmi ses cartons, essayer d'organiser une ligne ou une colonne pour enchaîner ses placements. Par exemple, si on a 12, 14, 16, placer plutôt 12 en 2 x 6 qu'en 3 x 4. (morceau de stratégie).
- Essayer de poser le plus vite les cartons qui ont plusieurs places (voir S2 encadré).
- Placer dès que possible les cartons dans les coins (pour bloquer son adversaire ?).
- Eliminer les nombres que l'on a en double (S2).
- Eviter de se placer sur une case adjacente à une case hachurée (?).
- Rechercher les cases hachurées (S3).

Ces stratégies locales sont explicitées par leurs auteurs et discutées en grand groupe. Le temps prévu est assez facilement débordé, car chaque groupe de deux personnes veut tester les stratégies qui lui semblent prometteuses.

Bilan de l'étape 2

La consigne de cette étape doit être clarifiée en resituant la nature du document 3 : " *Dans cette classe, l'exercice B n'est pas réussi. Vous voulez remédier à cette méconnaissance de la table de Pythagore, vous réunissez alors les documents de 1 à 8. Dans quel ordre les introduisez-vous ?* "

Quatre groupes de quatre stagiaires ont pu donner leur ordre de présentation :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4
1 ; 4	8	8	1 (table 5X5)
8	3	3A	6
3	4	3B ₁	4
6	1	4	8
2	2	1	1
5	6 ; 7	6 ; 2	2
7	5	7	3A
9		3B ₂	7 ; 3B
		5	5

3B₁ est la partie A du document 3

3B₂ est la partie B du document 3

On note que le plus souvent, le jeu (doc 1) n'est pas mis à la fin. Et aucun participant ne pense qu'il faut bien connaître la table pour bien jouer, les maîtres envisagent de se servir du jeu pour donner du sens à l'apprentissage.

PROPOSITION DE MISE EN ŒUVRE DANS UNE CLASSE DE CM

Pré-test et post-test doc3

Séance 1 : Découverte : La table de Pythagore et quelques propriétés

Les enfants sont invités à compléter une table de Pythagore, puis à mettre en évidence des propriétés caractéristiques de celle-ci. Ils s'intéressent également (pour des besoins ultérieurs) à la fréquence d'apparition de certains nombres.
Doc 4

Séance 2 : Découverte : Quels nombres pour quel produit ?

Les enfants vont découvrir des règles sur les produits de deux entiers pairs, le produit de deux entiers impairs, le produit d'un entier pair et d'un entier impair. Doc 4

Séance 3 : « Une croix magique »

Apprentissage et difficultés

Les enfants vont découvrir des relations entre des nombres situés sur une même « croix », on leur proposera ensuite de découvrir 1 puis 2 nombres cachés d'une même croix. C'est une activité riche en calcul mental, qui fait fonctionner la réversibilité des opérations, qui est de plus motivante de part son aspect ludique. Doc 5

Séance 4 : Présentation du jeu

Une phase collective de présentation du jeu. Les enfants sont répartis en deux équipes de 12. Ils s'affrontent alternativement et s'approprient peu à peu des règles du jeu. Doc 1

Séance 5 : Découverte des stratégies de jeu

Pour aider les enfants à découvrir des stratégies, nous leur proposons des portions de tables où n'apparaissent que des nombres dont les produits leur sont bien connus. Doc 6, Doc 2

Séance 6 : Jeu par deux

Les enfants s'affrontent par 2. Ils réinvestissent dans le jeu complet, toutes les découvertes mathématiques ou stratégiques précédentes. Pas de document, mais il s'agit de jeux fabriqués en format 40 cm x 40 cm.

Séance 7 : Tables incomplètes

Nous proposons aux enfants (en évaluation formative) le jeu de la table incomplète : il s'agit de tables de multiplication dont on a effacé le contenu de certaines cases. Les têtes de lignes et de colonnes ne sont pas rangées dans l'ordre croissant. Doc 7

Séance 8 : Les tables-puzzles

Les enfants ont deux sortes de puzzles à reconstituer : Doc 8 ; Doc 9
Je n'ai personnellement pas utilisé le Doc 10, que j'ai fabriqué par la suite d'après les suggestions de quelques membres de l'atelier, je le placerais en séance 8.

DOCUMENT 1
LE JEU DE PYTHAGORE

Objectif : amélioration de la connaissance de la table de multiplication.

Durée : 20 à 30 minutes

Matériel pour deux joueurs :

- Une table de Pythagore de la multiplication pour les nombres naturels de 1 à 10 (plaque de carton fort ou de bois). Les cases de la diagonale principale sont hachurées.
- 100 petits cartons destinés à être placés dans les cases et sur lesquels sont inscrits les produits qui doivent figurer dans la table.
On aura ainsi, 4 cartons portant le nombre 12 (pour 4×3 ; 3×4 ; 2×6 ; 6×2), 3 cartons portant le nombre 16 (4×4 ; 2×8 ; 8×2), 1 carton portant le nombre 81 (9×9).

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

But du jeu : Se débarrasser le plus rapidement possible de ses cartons.

Apprentissage et difficultés

Règles :

- Les cartons sont mélangés
- Les joueurs tirent à tour de rôle 2 cartons et les placent sur les cases convenables de la table de Pythagore (ils ont ainsi déposé 4 cartons sur la table)
- Chacun prend au hasard 20 cartons. Le reste de cartons constitue la pioche
- On joue à tour de rôle
- Un carton ne peut être posé que sur une case adjacente ⁽¹⁾ à un carton déjà placé
- Celui qui place un carton sur une case hachurée a le droit de remettre dans la pioche un carton de son choix parmi ceux qui lui restent
- Celui qui ne peut pas jouer tire un carton dans la pioche et passe son tour
- Le vainqueur est celui qui, le premier, se débarrasse de tous ses cartons.

(1) Une case est adjacente à une autre si elles ont un côté en commun.

Document 2

Le jeu de la table de Pythagore

Règle simplifiée : il n'y a pas de pioche. Si on ne peut pas jouer, on passe son tour.

	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
A	1											B
12	2			6		10	12					9
12	3				12	15	18					14
14	4						24					16
16	5						30					20
32	6											24
36	7											28
36	8											36
40	9											72
	10											

	1er	2e	3e	4e	5e	6e	7e	8e	9e	10e	11e	
	tour	tour	tour	tour	tour	tour	tour	tour	tour	tour	tour	Elimine
A												
B												

Entoure le gagnant.

Apprentissage et difficultés

DOCUMENT 3 : TESTS

A Complète les tableaux suivants

a	2	7	5	3	4	6	10	1	9	8
a X 5										

b	4	6	9	1	10	2	7	5	3	3
b X 3										

c	5	7	9	3	1	8	2	4	6	10
c X 3										

d	7	3	6	10	9	4	2	5	1	8
d X 9										

e	8	9	1	6	4	10	3	7	2	5
e X 7										

B Complète les tables suivantes.

X	4		9	8
7		42		
			45	
			72	
	24			

X				
	27			
		35	49	
	15			
		40		16

DOCUMENT 4
LA TABLE DE PYTHAGORE

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

DOCUMENT 5
LA "CROIX MAGIQUE"

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Vous observerez que :
 $8 + 16 = 9 + 15 = 12 \times 2$ et que $42 + 54 = 40 + 56 = 48 \times 2$

Apprentissage et difficultés

DOCUMENT 6 LE JEU DE LA TABLE DE PYTHAGORE

Jeu simplifié : il n'y a pas de pioche. Si on ne peut pas jouer, on passe son tour

X	1	2	3	4	5
1					
2					
3		6			
4	4				
5					

A	B
4	2
8	4
9	6
25	12

	1er tour	2e tour	3e tour	4e tour	Elimine
A					

Entoure le gagnant

DOCUMENT 7 TABLES INCOMPLÈTES

	3		2	
		18		
			10	
	12			16
		54		36

		6		4
	6		33	12
				4
7			77	
	12			

Il s'agit de tables de multiplications dont on a effacé le contenu de certaines cases. Mais attention : les têtes de lignes et de colonnes ne sont pas rangées dans l'ordre croissant.

DOCUMENT 8
Table- puzzle

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

DOCUMENT 9
table-puzzle

1				9
		8	12	
6		15	24	
		20		
	15		35	45
				54
7			42	
	24	32		64
			54	80
	20			80

Apprentissage et difficultés

DOCUMENT 10 LA BATAILLE NAVALE DE PYTHAGORE

Le joueur A place sur sa grille :

- ◆ 1 porte avion de 5 cases
- ◆ 1 cuirassé de 8 cases
- ◆ 1 croiseur de 2 cases
- ◆ 2 sous-marins de 2 cases
- ◆ 2 canots de 1 case

Le joueur B dit : " 12 colonne du 4 (ou 12 ligne du 3)

Le joueur A répond : "touché"

Le joueur B dit : "15 colonne du 5"

Le joueur A répond : "touché"

Le joueur B dit : "9"

Le joueur A répond : "coulé"

Le joueur B dit : "1"

Le joueur A répond : "touché"

Le joueur B adopte trois types de notations sur sa grille mémoire selon qu'il "touche" ; "coule" ; ou qu'il "tombe dans l'eau".

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Joueur A

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X									
2								0		
3			X	X	X					
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Joueur B