

COPIRELEM

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.



Concours de recrutement des Professeurs des Écoles Mathématiques

Annales 2016

Sujets, corrigés et éléments de formation

+

***Exercices complémentaires avec corrigés
issus des concours blancs et examens des ESPE***

Ces annales ont été rédigées par :

Agnès BATTON (ESPE de l'Académie de Versailles)
Anne BILGOT (ESPE de l'Académie de Paris)
Christophe BILLY (ESPE de l'Académie de Toulouse)
Laetitia BUENO-RAVEL (ESPE de Bretagne)
Richard CABASSUT (ESPE de l'Académie de Strasbourg)
Valentina CELI (ESPE d'Aquitaine)
Pierre DANOS (ESPE de l'Académie de Toulouse)
Nicolas DE KOCKER (ESPE de Lorraine)
Gwenaëlle GRIETENS (ESPE de l'Académie de Nantes)
Pascal GRISONI (ESPE de Bourgogne)
Michel JAFFROT (retraité de l'ESPE de l'Académie de Nantes)
Laurence MAGENDIE (retraitée de L'ESPE d'Aquitaine)
Christine MANGIANTE (ESPE de l'Académie de Lille)
Pascale MASSELOT (ESPE de l'Académie de Versailles)
Edith PETITFOUR (ESPE de Lorraine)
Arnaud SIMARD (ESPE de Franche-Comté)
Catherine TAVEAU (ESPE d'Aquitaine)
Frédéric TEMPIER (ESPE de l'Académie de Poitiers)
Claire WINDER (ESPE de l'Académie de Nice)
Hélène ZUCCHETTA (ESPE de l'Académie de Lyon)

Chaque sujet a été pris en charge par plusieurs correcteurs.

La relecture finale du document a été effectuée par :

Pierre EYSERIC (ESPE de l'Académie d'Aix-Marseille)
Michel JAFFROT (retraité de l'ESPE de l'Académie de Nantes)

Coordination de l'ensemble :

Pierre EYSERIC (ESPE de l'Académie d'Aix-Marseille)

REMERCIEMENTS

Ces annales ont pu être menées à bien grâce aux contributions de personnes, associations et institutions :

- **Nos collègues formateurs en mathématiques** qui nous ont transmis des sujets de concours blancs et d'examens proposés dans leurs ESPE.
- **L'ARPÈME** (Association pour l'élaboration et la diffusion de Ressources Pédagogiques sur l'Enseignement des Mathématiques à l'École).
Cette association a pour but de favoriser le développement de la réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école et sur la formation des professeurs à l'enseignement des mathématiques :
 - en aidant à la communication d'expériences, à la diffusion de documents de formation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques ;
 - en apportant un soutien à l'organisation de colloques et séminaires de réflexion rassemblant les formateurs intervenant à divers titres dans la formation en mathématiques des professeurs ;
 - en prenant en charge l'élaboration, l'impression et la diffusion de tous documents utiles pour les formateurs en mathématiques des professeurs des écoles : documents pédagogiques écrits et audiovisuels, actes des colloques, comptes-rendus de séminaires.
- **La COPIRELEM** (Commission permanente des **IREM** pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire) et **l'IREM** (Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques) de l'Université de Paris VII Denis Diderot.

SOMMAIRE

Informations

L'ÉPREUVE DU CRPE	7
AVERTISSEMENT	10
CONSEILS AUX CANDIDATS	10
TABLEAUX RÉCAPITULATIFS (contenus des sujets complets)	11
MISE AU POINT À PROPOS DE LA PROPORTIONNALITÉ	59
MISE AU POINT SUR LE CHOIX DES EXPRESSIONS UTILISÉES À PROPOS DE L'ÉCRITURE DES NOMBRES	61
MISE AU POINT SUR LA RÉDACTION DES SOLUTIONS DES PROBLÈMES PORTANT SUR LES CALCULS DE GRANDEURS	63

Les sujets et leurs corrigés

	Sujet	Corrigé
SUJET N° 1	Groupement académique n° 1 – Avril 2016 Amiens, Caen, Lille, Nancy-Metz, Reims, Rennes, La Réunion, Rouen, Strasbourg, Paris, Créteil, Versailles	15 65
SUJET N° 2	Groupement académique n° 2 – Avril 2016 Aix-Marseille, Besançon, Bordeaux, Clermont-Ferrand, Corse, Dijon, Grenoble, Limoges, Lyon, Montpellier, Nantes, Nice, Orléans-Tours, Poitiers, Toulouse	24 84
SUJET N° 3	Groupement académique n° 3 – Avril 2016 Guadeloupe, Guyane, Martinique	33 106
SUJET N° 4	Groupement académique n° 4 – Avril 2016 Polynésie française	40 120
SUJET N° 5	Concours exceptionnel Créteil Mai 2016	49 133
EXERCICES ÉLABORÉS À PARTIR DES CONCOURS BLANCS ET EXAMENS PROPOSÉS DANS LES ESPE (détails page 6)		145 185

EXERCICES ÉLABORÉS À PARTIR DES CONCOURS BLANCS ET EXAMENS PROPOSÉS DANS LES ESPE

	Sujet	Corrigé
1. Vrai-Faux-Justifier	147	187
2. Exercices : Fractions – Géométrie – Mises en équation – Tableur – Arithmétique	149	193
3. Problème de géométrie, aires, périmètres et fonctions	152	202
4. Problème de géométrie plane.	156	208
5. Problème de proportionnalité, pavages, grandeurs	159	212
6. Multiplication au cycle 3 : calcul, réfléchi, calcul posé.	164	220
7. L'étude des « grands nombres » au cycle 3	166	224
8. Problèmes additifs au cycle 2	170	226
9. Programmes de construction et géométrie dynamique	172	227
10. Analyse de productions d'élèves : numération au cycle 2	178	229
11. Analyse de productions d'élèves : symétrie axiale en cycle 2	181	231
12. Analyse de productions d'élèves : multiplication par 10	183	233
13. Analyse de productions d'élèves : division euclidienne et numération	184	234

L'ÉPREUVE DU CRPE EN AVRIL 2016

Nous reproduisons ici les principaux textes en vigueur relatifs à l'épreuve de mathématiques des concours de recrutement de professeurs des écoles, tels que vous pouvez les retrouver sur le site ministériel à partir de la page <http://www.education.gouv.fr/pid97/siac1.html>.

CONCOURS CONCERNÉS

- Concours externe de recrutement de professeurs des écoles.
- Concours externe spécial de recrutement de professeurs des écoles.
- Troisième concours de recrutement de professeurs des écoles.
- Second concours interne de recrutement de professeurs des écoles.
- Second concours interne spécial de recrutement de professeurs des écoles.

1 – DÉFINITION DE L'ÉPREUVE

Référence : Annexes de l'arrêté du 19 avril 2013 fixant les modalités d'organisation des concours de recrutement de professeurs des écoles.

« L'ensemble des épreuves du concours vise à évaluer les capacités des candidats au regard des dimensions disciplinaires, scientifiques et professionnelles de l'acte d'enseigner et des situations d'enseignement. »

Épreuves d'admissibilité

« Le cadre de référence des épreuves est celui des programmes pour l'école primaire. Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Le niveau attendu correspond à celui exigé par la maîtrise des programmes de collège. Les épreuves d'admissibilité portent sur le français et les mathématiques. Certaines questions portent sur le programme et le contexte de l'école primaire et nécessitent une connaissance approfondie des cycles d'enseignement de l'école primaire, des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture et des contextes de l'école maternelle et de l'école élémentaire. »

Deuxième épreuve d'admissibilité : une épreuve écrite de mathématiques

« L'épreuve vise à évaluer la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la capacité à prendre du recul par rapport aux différentes notions. Dans le traitement de chacune des questions, le candidat est amené à s'engager dans un raisonnement, à le conduire et à l'exposer de manière claire et rigoureuse.

L'épreuve comporte trois parties :

1. Une première partie constituée d'un problème portant sur un ou plusieurs domaines des programmes de l'école ou du collège, ou sur des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture, permettant d'apprécier particulièrement la capacité du candidat à rechercher, extraire et organiser l'information utile.
2. Une deuxième partie composée d'exercices indépendants, complémentaires à la première partie, permettant de vérifier les connaissances et compétences du candidat dans différents domaines des programmes de l'école ou du collège. Ces exercices pourront être proposés sous forme de questions à choix multiples, de questions à réponse construite ou bien d'analyses d'erreurs-types dans des productions d'élèves, en formulant des hypothèses sur leurs origines.
3. Une analyse d'un dossier composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement des mathématiques, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement.

L'épreuve est notée sur 40 points : 13 pour la première partie, 13 pour la deuxième et 14 pour la troisième.

5 points au maximum peuvent être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

Durée de l'épreuve : quatre heures. »

2 – PRÉSENTATION DE L’ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES

Référence : **note de présentation** des épreuves d'admissibilité des concours de recrutement de professeurs des écoles.

([http://cache.media.education.gouv.fr/file/sujets_0\[2014\]/59/3/nc_crpe_260593.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/sujets_0[2014]/59/3/nc_crpe_260593.pdf))

« Le nouveau concours de recrutement des professeurs des écoles répond au besoin de recruter des enseignants polyvalents et aux principes généraux définis pour tous les concours enseignants : un concours qui constitue un jalon déterminant du parcours intégré de formation, et s'inscrit dans le cursus de professionnalisation progressive des candidats ; un concours qui est un acte de recrutement et non de certification universitaire ; un concours, situé en fin de S2 de Master, qui repose sur des épreuves tenant compte d'un parcours progressif de professionnalisation.

Les deux épreuves écrites d'admissibilité permettent de s'assurer de la maîtrise par le candidat d'un corpus de savoir adapté à l'exercice professionnel, de sa capacité à utiliser les modes d'expression écrite propres aux domaines évalués et de présenter une maîtrise avérée de la langue française écrite. Ces écrits portent sur le français et les mathématiques à savoir les deux domaines d'enseignements fondateurs de l'école primaire. L'admissibilité permet ainsi de déterminer un groupe de candidats présentant un niveau de maîtrise suffisant du français et des mathématiques pour exercer le métier de professeur des écoles. »

Présentation de la deuxième épreuve écrite : mathématiques

« Les notions mathématiques abordées à l'école primaire constituent les bases d'un corpus plus large qui sera développé au cours la scolarité obligatoire.

Pour pouvoir les enseigner, le futur professeur des écoles se doit d'en maîtriser les fondements théoriques et de connaître les développements qu'ils permettront dans les années de collège.

Il est donc demandé au candidat au professorat des écoles un niveau de connaissances et de raisonnement correspondant à celui exigé par la maîtriser les programmes de collège.

Exposer ce raisonnement de manière claire et rigoureuse est une des manifestations de cette maîtrise.

L'épreuve comporte trois parties :

1) La première partie consiste en un problème portant sur un ou plusieurs domaines des programmes de l'école ou du collège, ou sur des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

Ce problème peut, autour d'un thème donné, faire appel à plusieurs registres : numérique, algébrique, géométrique, graphique, etc.

Il permet au candidat de montrer sa capacité à mettre en relation ces différents registres, mais aussi de montrer une représentation correcte des différents statuts mathématiques des énoncés rencontrés : données, hypothèses, propriétés ou théorèmes.

Ce problème peut comporter plusieurs parties; il peut être demandé au candidat de démontrer des propriétés connues, de modéliser une situation en vue de la résolution d'un exercice concret ou de mener un raisonnement à portée plus générale.

2) La deuxième partie est composée d'exercices indépendants, complémentaires à la première partie, permettant de vérifier les connaissances et compétences du candidat dans différents domaines des programmes de l'école ou du collège. Ces exercices pourront être proposés sous forme de questions à choix multiples, de questions à réponse construite ou bien d'analyses d'erreurs-types dans des productions d'élèves, en formulant des hypothèses sur leurs origines.

Des exercices de types différents peuvent être proposés dans un même sujet.

Les questions à choix multiples sont accompagnées d'une demande de justification ; elles permettent de mettre en œuvre des types de raisonnement variés et notamment la preuve par présentation d'un contre exemple.

Les questions à réponse construite peuvent dans certains exercices être des questions ouvertes qui demandent pour leur résolution une prise d'initiative.

3) La troisième partie consiste en une analyse d'un dossier composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement des mathématiques, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement.

Cette partie peut porter sur une notion spécifique de l'un des trois cycles, ou sur une notion abordée de façon progressive au cours de plusieurs cycles.

La maîtrise des notions s'exprime notamment à travers la capacité du candidat à mettre en perspective ces notions et à expliciter les caractéristiques mathématiques des développements ou enrichissements successifs. »

3 - MATÉRIEL AUTORISÉ LORS DE L' ÉPREUVE

Références : Arrêté du 19 avril 2013 fixant les modalités d'organisation des concours de recrutement de professeurs des écoles.

« Lors des épreuves, il est interdit aux candidats :

1° D'introduire dans le lieu des épreuves tout document, note ou matériel non autorisé par le jury du concours ;

2° De communiquer entre eux ou de recevoir des renseignements de l'extérieur ;

3° De sortir de la salle sans autorisation du surveillant responsable et sans être accompagnés par un autre surveillant ;

4° De perturber par leur comportement le bon déroulement des épreuves.

Les candidats doivent se prêter aux surveillances et vérifications nécessaires. »

Aucune autre précision n'est donnée à ce jour dans la page Guide concours – Professeurs des écoles du site ministériel. Il en résulte que, pour l'usage des calculatrices, il convient de se référer la **circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999** (B.O.E.N. n° 42 du 25 novembre 1999) ; celle-ci définit les conditions d'utilisation des calculatrices dans les examens et concours organisés par le ministère de l'éducation nationale et dans les concours de recrutement des personnels enseignants.

« Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante. »

« Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

Les chefs de centre d'examen veilleront à ce que les candidats soient convenablement informés de cette règle qui doit être strictement respectée. »

« Dans le cadre de la réglementation des examens et concours, il appartient aux responsables de l'élaboration des sujets de décider, pour chacune des épreuves, si l'usage de l'ensemble des instruments de calcul (calculatrices, tables numériques, abaques...) est autorisé ou non. Ce point doit être précisé en tête des sujets. »

Pour l'épreuve de mathématiques, le sujet précisera donc si l'utilisation d'une calculatrice est autorisée ou non.

AVERTISSEMENT

Dans le corrigé des **exercices de mathématiques**, nous proposons souvent plusieurs méthodes de résolution pour une question. Certaines solutions sont plus longues que d'autres. Nous les donnons cependant pour que chacun puisse éventuellement reconnaître et valider la méthode qu'il a utilisée ou dans laquelle il s'est engagé sans peut-être savoir terminer.

Une méthode même longue donnera tous les points attribués à la question, du moment qu'elle a abouti au résultat demandé. Elle pénalise cependant le candidat car le temps passé à la rédiger n'est plus disponible pour traiter d'autres questions. Mais il est possible que le lecteur de ces annales la comprenne mieux qu'une méthode courte, même « élégante ». Le lecteur jugera donc par lui-même quelle(s) méthode(s) il lui convient de s'approprier.

En ce qui concerne les **analyses de productions d'élèves** et la partie 3 (**analyse de situations d'enseignement**), nous avons eu le souci de donner des réponses détaillées sur le plan didactique et donc, quelquefois, plus approfondies que ce que l'on peut attendre d'un candidat au CRPE. Certaines remarques des correcteurs sont alors ajoutées en italique.

CONSEILS AUX CANDIDATS

La lisibilité, la correction et la rigueur des réponses sur les plans mathématique et didactique sont, bien entendu, les critères principaux d'évaluation. Cependant, une écriture difficilement lisible, la présence de « fautes » d'orthographe par trop grossières et fréquentes, les coquilles fâcheuses, le verbiage pompeux et vide, l'abus d'expressions hors de propos, finissent par avoir une incidence sur l'évaluation, et cela, quelle que soit la précision du barème de notation appliqué. Nous conseillons donc de relire la copie en tenant compte de tout cela.

PROBLÈME

	Géométrie plane	Trigonométrie	Géométrie espace	Arithmétique	Numération Opérations	Équations	Probabilités	Grandeurs et mesures	Vitesses-Échelles Pourcentages- Proportionnalité	Fonctions Graphiques	Tableur
Sujet 1 2016			X	X				X	X	X	
Sujet 2 2016	X							X		X	
Sujet 3 2016	X	X				X		X			X
Sujet 4 2016	X							X		X	
Sujet 5 2016	X	X	X					X	X	X	

EXERCICES

	Géométrie plane	Géométrie espace	Numération Arithmétique	Programmes de calcul	Équations	Probabilité	Statistique	Grandeurs et mesures	Vitesses-Échelles Pourcentages- Proportionnalité	Fonctions Graphiques	Tableur
Sujet 1 2016	X		X			X					X
Sujet 2 2016	X		X			X			X	X	X
Sujet 3 2016			X	X	X				X	X	
Sujet 4 2016				X		X	X			X	
Sujet 5 2016			X		X	X	X		X		

ANALYSE DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

	Proportionnalité	Division	Nombres	Fractions et décimaux	Multiplication	Résolution de problèmes	Grandeurs et mesures	Cycle
Sujet 1 2016			X			X		1-3
Sujet 2 2016							X	3
Sujet 3 2016							X	3
Sujet 4 2016		X				X		2-3
Sujet 5 2016		X				X		3

ANALYSE DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT

	Proportionnalité	Division	Nombres	Fractions et décimaux	Multiplication	Résolution de problèmes	Grandeurs et mesures	Cycle
Sujet 1 2016	X		X			X		1-3
Sujet 2 2016	X			X			X	3
Sujet 3 2016							X	3
Sujet 4 2016		X				X		2-3
Sujet 5 2016	X	X			X			3