

# Les objets de l'école : l'octomobile<sup>1</sup>

Nicole Bonnet

*Extrait des actes du XXVIIème Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - Tours 2001.*

*Cet article présente le compte rendu d'un atelier du colloque. A partir d'un objet, les participants sont invités à mettre en œuvre une démarche scientifique pour le fabriquer. Il s'agira ensuite d'exploiter ses propriétés intrinsèques qui sont prétextes à travailler des concepts de géométrie plane. Cette activité est directement exploitable en formation initiale et continue des professeurs des écoles.*

## 1. Introduction

Dans ce qui suit, il y a lieu de distinguer deux niveaux. Le premier consiste en l'étude, en vue de la fabrication, d'un objet non plan nommé octomobile. Il peut être considéré comme une sorte de "solide". C'est un objet technologique. En second lieu, cet objet est considéré comme producteurs d'objets aplatis variés sur lesquels un regard géométrique va être porté.

## 2. Mise en oeuvre et consigne

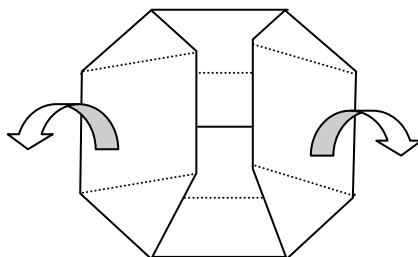
L'objet est présenté de façon rapide en faisant remarquer qu'il est fabriqué en bristol blanc donc peu coûteux, peu volumineux, facile à transporter, à conserver et réutilisable.

Il est très peu manipulé par le responsable de l'atelier qui en laisse la découverte aux participants. La consigne orale s'avère très stricte : "vous pouvez le tourner et le retourner dans tous les sens, mais vous n'avez pas le droit de le démonter, d'écrire dessus. Il devra m'être rendu intact. Dans un premier temps, vous devez l'observer afin d'en fabriquer un qui soit pareil. Vous noterez tout ce qui semble vous poser problème ou ce qui vous questionne. Puis, vous allez réfléchir à de possibles utilisations en classe".

Un octomobile est distribué par personne.

---

<sup>1</sup> Pour une meilleure compréhension de l'octomobile le lecteur pourra se reporter à la brochure du même nom éditée par l'IREM de Dijon en septembre 2000. Université de Bourgogne. UFR Sciences et Techniques IREM. 9 rue Savary BP 47870 – 21078 DIJON Cedex au prix de 30 F soit 4,60 euros plus frais de port. Il pourra également se reporter à l'annexe 1.



Pendant le temps de première appropriation de l'objet, du matériel est disposé sur une table, sans commentaire : bristol blanc et bristol quadrillé, règles, ciseaux, compas, colle.

### 3. Procédures de construction

Le temps de construction est approximativement de trois quarts d'heure.

Un stagiaire a utilisé du bristol quadrillé et du bristol blanc uniquement pour la différence de couleur. Cela lui a permis de découvrir certaines symétries axiales des différentes figures que prend l'octomobile plat lorsqu'on le manipule. Une des difficultés réside en la distinction de l'objet manipulé en trois dimensions et de l'objet considéré "à plat" (voir les remarques du groupe 2)

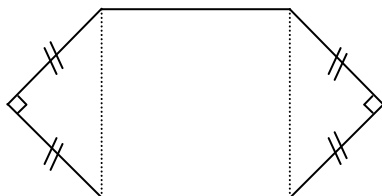
Il a également fabriqué des octomobiles de dimensions différentes. En général, lorsqu'après une première construction maladroite, les élèves me demandent l'autorisation d'en fabriquer un autre, ma réponse est : "oui, mais un plus grand".

D'autres stagiaires ont choisi le bristol blanc et ont fait des tracés au compas ou ont utilisé le modèle comme gabarit.

Deux collègues ont préféré le bristol quadrillé "pour aller plus vite".

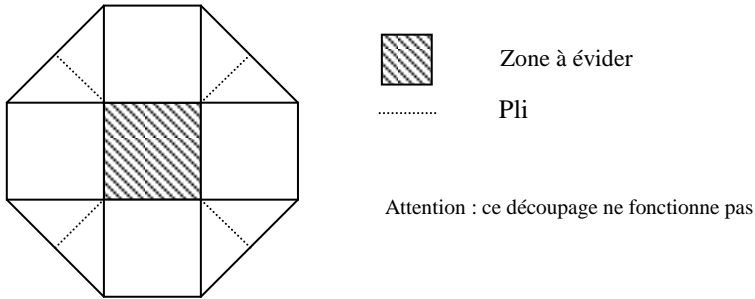
A la fin de la construction une personne a décoré l'octomobile avec des petites images issues des brochures touristiques. Elle a tenté de chercher si certains agencements permettaient des décompositions/recompositions d'images intéressantes après les rotations successives.

Les pièces de base sont rapidement apparues sur les brouillons



Un stagiaire a cherché s'il pouvait réaliser l'octomobile sans collage. Cela a induit l'idée qu'il pouvait se fabriquer d'un seul morceau. Cette réaction se

présente avec certains PE2<sup>2</sup> (à peine un quart d'entre eux) mais jamais spontanément chez les enfants de CM1 ou de CM2. ce qui tend à montrer que l'idée de "patron" (développement en un seul morceau) n'est pas naturelle. Une erreur fréquente chez les PE2 est de tracer la pièce suivante, qui ne fonctionne pas :

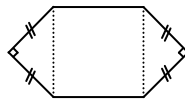


Tous les participants sont conscients qu'il est nécessaire de soigner les tracés et les découpages, sinon l'octomobile fonctionne mal. Cet exercice finalise donc une demande de soin que nous avons souvent en géométrie avec les élèves. Dans une phase collective, chaque représentant a proposé le fruit des réflexions de groupe.

#### 4. Productions et remarques des différents groupes

##### Groupe 1 :

Les participants ont observé et décrit les "sous" figures présentes par le jeu des épaisseurs dans l'octomobile posé à plat : carré, triangle rectangle isocèle, hexagone, octogone, croix, diagonale. La figure qui sera ultérieurement nommée "figure ou pièce de base" est celle-ci :



En fin de cycle III, le travail de rappel du vocabulaire géométrique semble souvent opportun.

Des variables didactiques leur sont apparues rapidement. Nature du support utilisé : bristol quadrillé ou blanc ; instruments de tracé : compas, équerre...

Des observations quant aux symétries (retournement) ont été faites.

Ils ont finalement trouvé un développement en un seul morceau puis ils ont cherché s'il était possible de ne pas ou peu coller.

---

<sup>2</sup> Stagiaire Professeur des Ecoles deuxième année

## Espace et géométrie

Une dernière question les a interpellés : "Quelle doit être la taille de l'hexagone pour que le développement soit possible dans une feuille donnée ?" Une réponse est donnée page 4, mais il n'est pas sûr qu'elle soit du niveau du cycle III.

### Groupe 2 :

Les participants se sont demandés s'il s'agissait d'un objet mathématique pour en conclure que l'appellation serait plus sûrement celle d'objet technologique. Il va induire un travail mathématique qui semble tout à fait pertinent : description, recherche des propriétés de l'objet aplati ou non, reproduction, etc.

Ils ont cherché s'il était possible d'associer des ribambelles d'octomobiles collés, fonctionnant de telle façon que l'action sur l'un déclenche des actions sur les autres.

Note de l'auteur : je n'ai pas trouvé de pistes intéressantes en ce sens, par contre, je me suis demandée ce que l'objet devenait lorsqu'on utilisait 5, 6, 7, 8, ... pièces de base. Implicitement, je me suis fixée une épaisseur au maximum si on considère que les deux collées comptent pour une.

Le groupe a proposé les utilisations suivantes :

Le changement d'échelle s'accompagne des deux problèmes suivants :

construire un triangle rectangle isocèle connaissant son hypoténuse.

construire un octomobile dont le carré de la "pièce de base" possède un côté de longueur 6 cm.

La construction d'un octomobile en un minimum de coups de ciseaux (ce problème rejoint celui du groupe qui cherchait un "patron" en un seul morceau).

Les compétences visées peuvent se décliner en anticipation et création d'images mentales. Une fiche de fabrication (annexe 1) utilisée en classe a été distribuée aux stagiaires (il s'agit pour les enfants de remplir les cadres vides qui sont écrits ici en italiques).

L'étude des symétries axiales des figures que l'on obtient après manipulations de l'objet et positionnement à plat.

La recherche du nombre de rotations de l'objet en trois dimensions afin qu'il reprenne sa position de départ. Elle est favorisée par une construction avec du bristol de deux couleurs différentes.

Le calcul du nombre de "photos" de l'objet aplati (appelées "différentes positions" en annexe 3). Ce nombre est limité.

La constitution d'un projet interdisciplinaire mathématiques/arts plastiques/technologie.

### Groupe 3 :

Des questions ont provoqué des débats entre les membres du groupe. Elles sont de deux sortes : les questions technologiques et les questions mathématiques. (Il en est de même chez les élèves.)

L'hexagone est-il régulier ou non ? Réponse non.

L'octogone est-il régulier ou non ? Réponse non.

Peut-on fabriquer un octomobile sans colle ? Réponse oui : du scotch posé en cavalier suffit.

Il est également intéressant de faire constater aux élèves que les dimensions de l'objet plat fini sont proportionnelles à celles de la "pièce de base".

Le groupe a proposé deux séances qui permettent d'utiliser l'octomobile

Séance 1 : observation, reproduction

Stratégie : faire quatre hexagones réguliers. Il semble impossible que lors de l'appropriation les élèves puissent imaginer un tracé en un seul morceau.

Bilan : mise en évidence des difficultés rencontrées, description des figures obtenues.

Séance 2 : projet de pavage

Consigne : j'ai du beau bristol à vous proposer, mais je souhaite l'économiser.

Combien de pièces de base puis-je construire dans un format A4 ?

Un pavage est proposé en annexe 2.

#### Groupe 4 :

Ce groupe s'est demandé :

Comment circonscrire les collages aux zones utiles (une des réponses est de faire hachurer ces zones aux élèves avant qu'ils ne déposent la colle).

Quel type de colle employer ? (il faut une colle forte type scotch en tube, colle contact, sinon le collage ne tient pas).

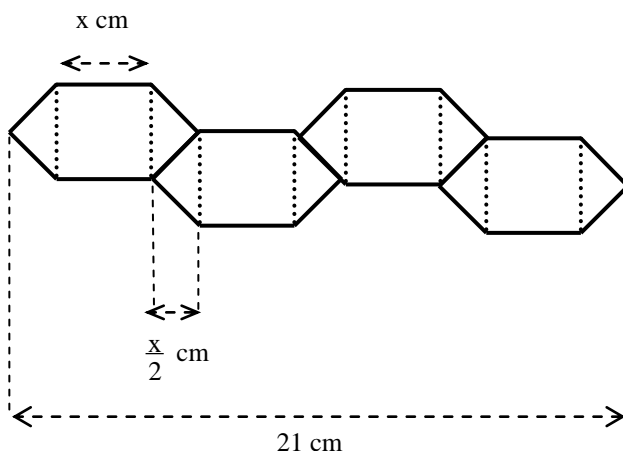
Peut on fabriquer un objet mobile proche de l'octomobile qui posséderait deux triangles isocèles non rectangles (ou équilatéraux) sur la pièce de base ? (Je ne crois pas...)

De plus, les points suivants ont été abordés concernant :

Les compétences technologiques indispensables en cycle III : la fabrication de l'octomobile nécessite l'art du trait, la pratique du pliage et la maîtrise des collages. En effet, les tracés doivent être le plus juste possible sinon l'octomobile ne fonctionne pas bien, et le bristol quadrillé aide en cela. Quant au pliage sur bristol, il n'est pas évident avec les enfants. Certaines méthodes ont été employées : plier le long d'une règle plate ou utiliser des stylos n'ayant plus d'encre pour créer un sillon sur le trait de pliage. En ce qui concerne le collage, les adultes se sont rendus compte que la colle pouvait déborder et assembler ainsi des parties inutiles restreignant les fonctions mobiles de l'objet.

Les connaissances géométriques pour fabriquer l'octomobile : reconnaître des figures simples dans une figure complexe qu'est la forme de base, savoir construire cette forme. A ce propos, ce groupe a beaucoup travaillé sur bristol blanc. J'ai montré des productions d'élèves et les membres se sont rendus compte de la difficulté pour des enfants d'école primaire de tracer un carré et deux quarts de carrés assemblés sur des côtés opposés de celui-ci. Il s'agit là d'un exercice de précision finalisé. Le maître ne demandera pas un effort de soin uniquement pour lui faire plaisir, mais pour que l'objet tourne sur lui-même.

Le problème de la construction d'une suite de quatre figures de base d'un seul tenant a également été soulevé. Quel doit être le côté du carré pour que la ribambelle entre dans une feuille de format 15 x 21 ?



Un rapide calcul ( $4x + 5 \frac{x}{2} = 21$ ) donne avec les conditions imposées ici,  
 $x = 3,5$  cm.

## 5. Conclusion

J'ai proposé le travail décrit dans la brochure de l'IREM<sup>3</sup>. L'octomobile proposé aux élèves est fabriqué en bristol quadrillé. Le carré central mesure 4 cm de côté.

### Séance 1 :

Observation où le vocabulaire émerge, manipulation et fabrication de l'objet.

Les plus rapides construisent un octomobile de dimensions différentes.

### Séance 2 :

Rechercher toutes les photographies possibles quand l'octomobile est en position "plan" (annexe 3) et redécouverte de cette forme lorsque le maître la montre sur un poster.

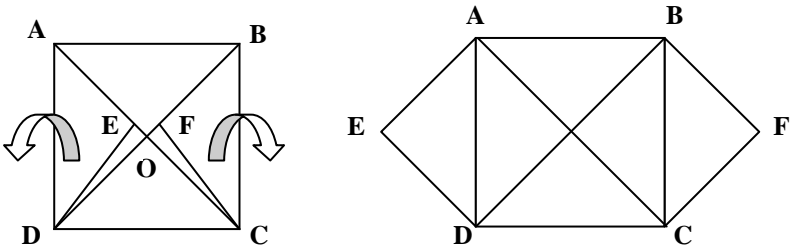
Compléter la fiche technique ou bien remettre en ordre les quatre étapes de la fabrication avant de compléter la fiche.

### Séance 3 : travail au choix

Ecriture du ou des programmes de construction pour réaliser une pièce de base sur papier blanc (plutôt en CM2 ?). Il est judicieux de remarquer que la figure de base présente des plis selon [AD] et [BC] et que les sommets E et F des triangles rectangles se confondent en O centre du carré.

---

<sup>3</sup> IREM de Dijon



Lecture de programmes de construction écrit par le maître et tracé de cette pièce de base sur papier blanc non quadrillé (plutôt CM1 ?)

J'ai pu remarquer que les élèves de CM1 ou de CM2 ne savaient pas tracer des arcs de cercles et surchargeaient la figure de cercles complets. Un travail plus approfondi de constructions des figures complexes semble opportun.

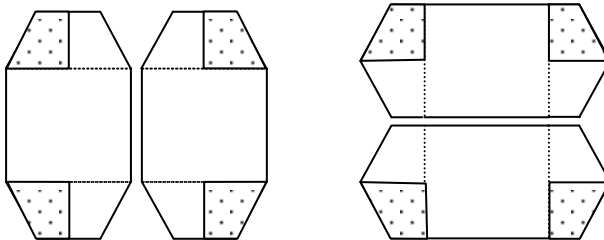
Séance 4 : fabrication d'un octomobile sur bristol

Je ne fais fabriquer qu'une seule pièce de base avec beaucoup de soin.

Pour les trois autres, j'ai indiqué "la méthode des trous" : à l'aide de la pointe sèche du compas, on place les points A, B, C, D, E et F, puis on trace au crayon et on découpe...

J'ai donné des pistes de perspectives : fabrication de deux quadrimobiles dont l'empreinte (trace de l'objet sur le papier) est un carré ou un rectangle.

Fabrication d'un hexamobile, d'un octomobile régulier, d'un cyclomobile dont les empreintes sont un hexagone régulier, un octogone régulier et un disque.<sup>4</sup> La question posée par le groupe 4 (*Peut-on fabriquer un objet mobile qui posséderait deux triangles isocèles non rectangles ou équilatéraux ?*) sur la pièce de base ne s'est pas avérée possible. Cependant, elle m'a permis de trouver un autre octomobile.



Voici les quatre pièces de base. (deux à deux identiques)

Découper sur le trait continu extérieur aux figures. Plier selon les pointillées

Coller sur les surfaces pointées



<sup>4</sup> Voir la brochure de l'IREM de Dijon.

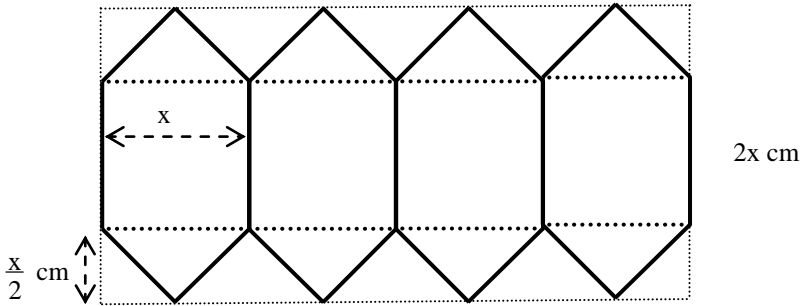
# Espace et géométrie

Enfin, une autre piste consiste en la résolution d'un problème qui pourrait donner lieu à une recherche en cycle III.

"Fabriquer un octomobile le plus grand possible dans une feuille de format A4. On prendra un nombre entier de centimètres.

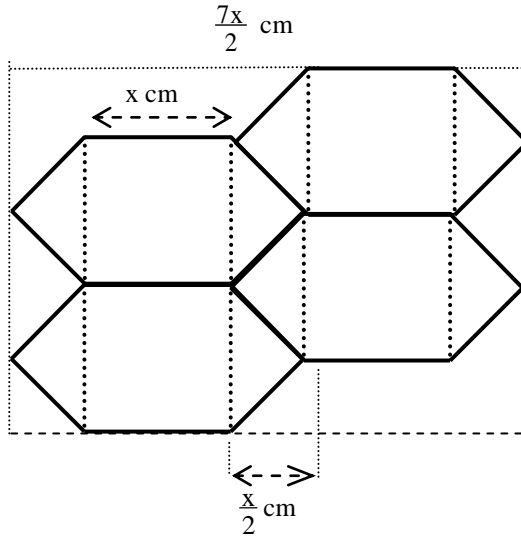
Voici quelques indices de solution :

## Proposition 1



Encadrement par un rectangle de  $4x \times 2x$

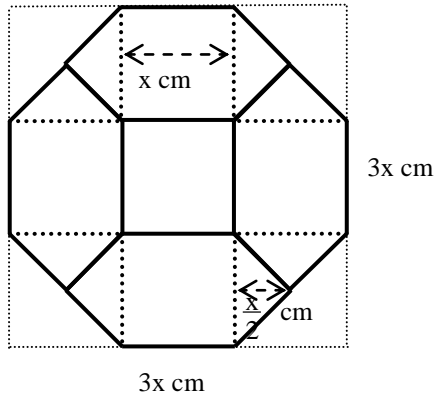
## Proposition 2



Encadrement par un rectangle de  $\frac{7x}{2} \times \frac{5x}{2}$



**Proposition 3**



Encadrement par un rectangle de  $3x \times 3x$

La solution étant demandée en un nombre entier de centimètres, la proposition 1 donne  $x = 7 \text{ cm}$ , alors que la proposition 2 donne  $x = 8 \text{ cm}$  et la proposition 3 donne  $7 \text{ cm}$ . La deuxième proposition est donc la meilleure.

**Annexe 1**

**FICHE DE FABRICATION DE L'OCTOMOBILE**

**1. Matériel**

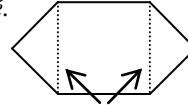
- Bristol quadrillé ou blanc
- Crayon de papier
- Paire de ciseaux...
- Règle.
- Compas (*si on trace sur bristol blanc*)
- Colle

**2. Fabrication**

- Tracer quatre figures de base identiques en s'aidant du quadrillage.
- Décrire la figure de base :

*La figure de base est un hexagone non régulier. Il est formé d'un carré et de deux triangles isocèles rectangles.*

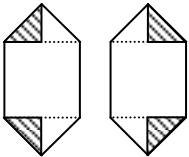
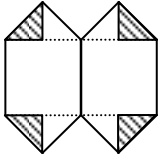
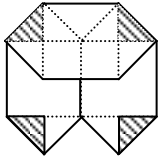
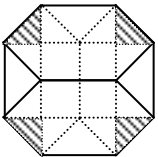
*Le côté du carré mesure 4 cm et la base du triangle mesure aussi 4 cm. Les triangles sont adjacents à deux côtés opposés du carré.*



Plis à marquer

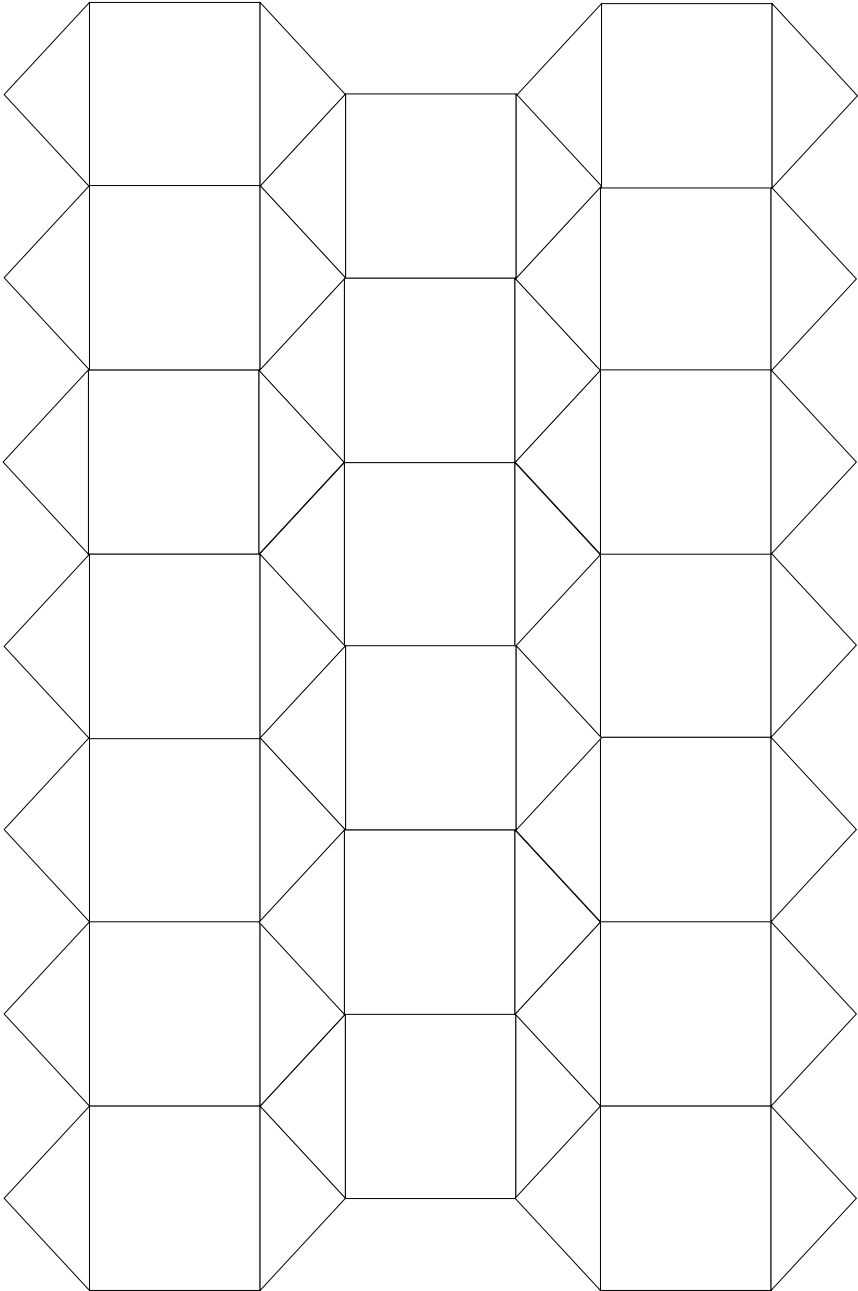
- Découper ces quatre figures et plier selon les pointillés

**3. Assemblage**

<p><b>Première étape :</b>  <i>Disposer deux pièces de base verticalement.                  Disposer la colle sur les parties hachurées</i></p> 	<p><b>Deuxième étape :</b>  <i>Mettre côte à côte deux pièces</i></p> 
<p><b>Troisième étape</b>  <i>Poser une troisième pièce dessus comme indiqué par la figure et appuyer. Attention que rien en bouge !</i></p> 	<p><b>Quatrième étape</b>  <i>Poser la quatrième pièce comme indiqué sur la figure et appuyer. Attendre que la colle soit bien sèche. Vous pouvez maintenant jouer avec l'octomobile.</i></p> 

**Annexe 2**

**PAVAGE**



**Annexe 3**

**LES DIFFÉRENTES POSITIONS DE  
L'OCTOMOBILE**

