

# **LES SUJETS DU CONCOURS 2015**



## GROUPEMENT 1 – avril 2015

### PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

Dans tout le problème on travaille dans un réseau pointé à maille carrée.

On notera une unité de longueur  $1 \text{ u.l.}$  et une unité d'aire  $1 \text{ u.a.}$ .

On appelle polygone de Pick, un polygone non aplati construit sur un tel réseau et dont chacun des sommets est un point du réseau.

L'objet de ce problème est le calcul d'aires de polygones de Pick.

### PARTIE A : calcul de l'aire d'un polygone de Pick sur un exemple

Calculer l'aire du polygone ABCDEF (figure 1), en unité d'aire. Expliciter les étapes du raisonnement.

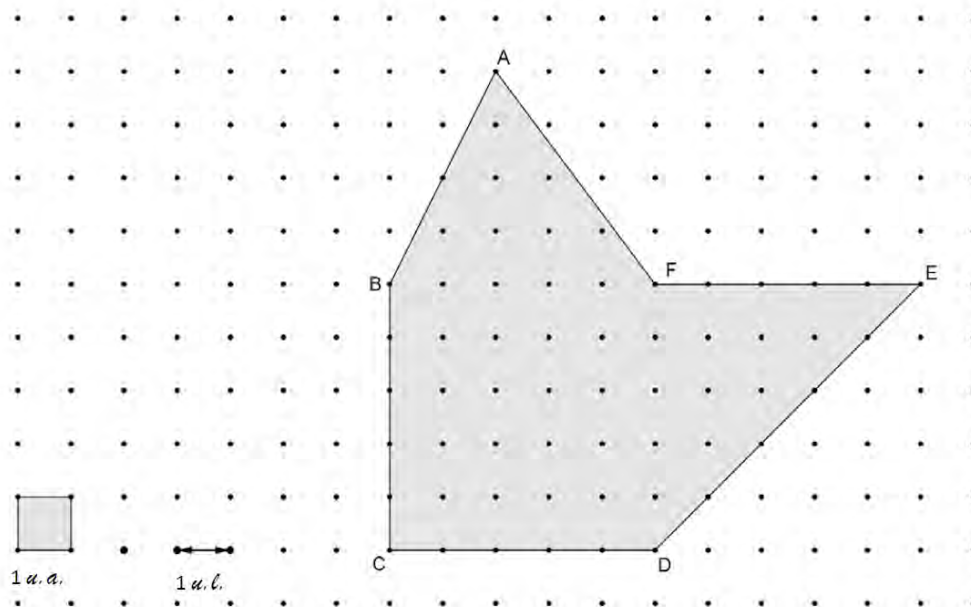


Figure 1

Une formule trouvée sur Internet sous le nom de formule de Pick prétend permettre de calculer l'aire  $A$  d'un polygone de Pick, à partir du nombre  $i$  de points du réseau strictement intérieurs à ce polygone et du nombre  $b$  de points du réseau sur le bord du polygone :

$$A = i + \frac{b}{2} - 1$$

Le résultat est en unité d'aire avec  $1 \text{ u.a.} = \text{aire d'un carré unité.}$

Par exemple, pour le polygone ci-dessous :

$i = 15$  et  $b = 16$ , donc, en utilisant la formule,  $A = 15 + \frac{16}{2} - 1 = 22$

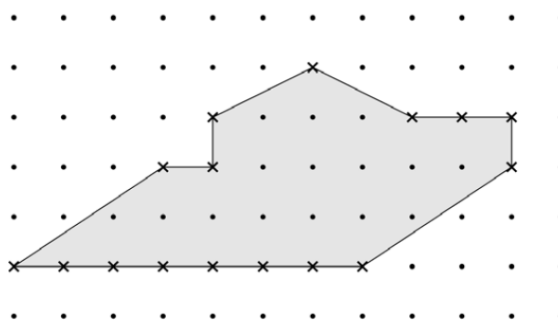


Figure 2

## PARTIE B : utilisation de la formule de Pick sur un exemple

- 1) Appliquer cette formule au polygone ABCDEF de la *figure 1* et vérifier que l'on retrouve bien son aire.
- 2) Propriété d'additivité des aires :

Appliquer la formule de Pick aux deux polygones de Pick ABCDF et DEF de la *figure 1*.

Vérifier que la somme des résultats obtenus est égale au résultat trouvé à la question B 1.

*Les parties C et D sont indépendantes.*

## PARTIE C : quelques conséquences de la formule de Pick

Dans cette partie du problème, on admet que la formule est vraie dans le cas général.

- 1) Prouver qu'il ne peut pas y avoir de polygone de Pick d'aire 7,5 avec  $b$  pair.
- 2) On considère un polygone de Pick d'aire 7,5. Démontrer que la valeur maximale que peut prendre  $b$  est 17.  
Tracer sur la copie un réseau pointé à maille carrée, et sur ce réseau un polygone de Pick correspondant à cette valeur.
- 3) On veut tracer un polygone de Pick d'aire 7,5 et contenant un seul point intérieur.  
Quelle est alors la valeur de  $b$  ?  
Tracer sur la copie un réseau pointé à maille carrée, et sur ce réseau un polygone de Pick d'aire 7,5 vérifiant ces conditions.
- 4) Démontrer que le nombre maximal de points sur le bord d'un polygone de Pick d'aire  $A$  quelconque est :  $2A + 2$ .

## PARTIE D : démonstration de la formule de Pick dans le cas d'un rectangle

On considère un rectangle de Pick de dimensions quelconques dont les côtés sont parallèles au réseau (comme dans l'exemple ci-dessous).

On note :

$L$  sa longueur

$l$  sa largeur

$i$  le nombre de points du réseau strictement intérieurs au rectangle

$b$  le nombre de points sur le bord du rectangle

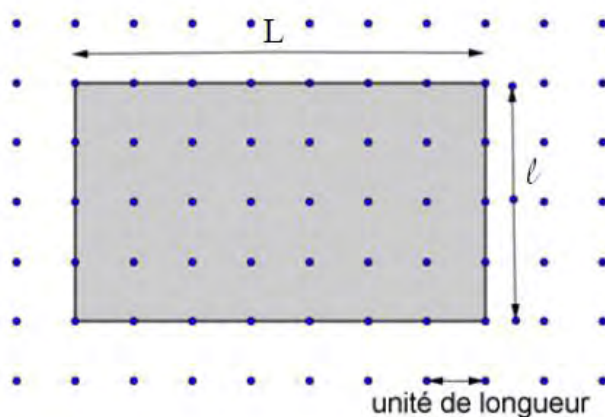


Figure 3

- 1) Exprimer  $b$  et  $i$  en fonction de  $L$  et  $l$ .
- 2) En déduire que l'aire  $A$  du rectangle vérifie  $A = i + \frac{b}{2} - 1$

**DEUXIEME PARTIE (13 points)**

*Cette partie est composée de trois exercices indépendants.*

**Exercice 1**

A et B sont deux nombres entiers positifs tels que :

- 111 est un multiple du nombre entier positif A ;
- $A - B$  est un nombre entier positif ou nul divisible par 10 ;
- B est le cube d'un nombre entier.

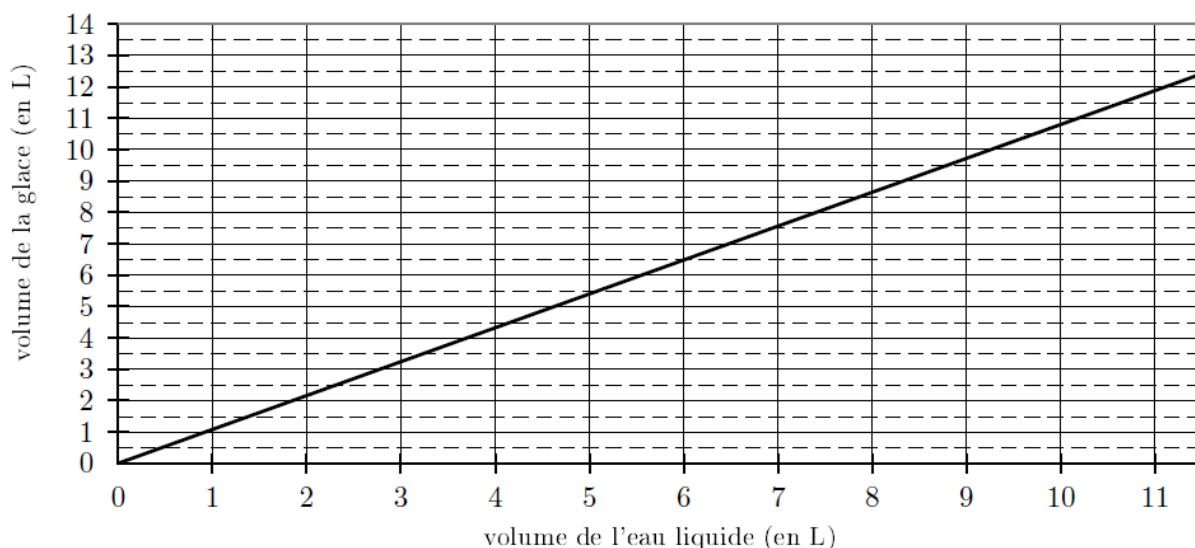
Trouver toutes les valeurs possibles pour A et B.

**Exercice 2**

*(D'après le sujet du DNB Métropole 2010)*

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litre), en fonction du volume d'eau liquide (en litre).

Volume de la glace en litres en fonction du volume d'eau liquide en litres



On répondra aux questions 1, 2 et 3 en utilisant le graphique ci-dessus.

- 1) Quel est le volume de glace obtenu avec 7 litres de liquide ?
- 2) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 9 litres de glace ?
- 3) Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier votre réponse.
- 4) On admet que 10 litres d'eau liquide donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?
- 5) Dans un souci de préservation de la ressource en eau, la ville de Lyon a imaginé un dispositif de recyclage. Cette ville fournit un volume de  $20 \text{ m}^3$  d'eau par jour aux engins de nettoyage grâce à l'eau récupérée de la fonte de la glace de la patinoire de Baraban.  
À combien de litres de glace correspond le volume d'eau fourni par la ville de Lyon pour 30 jours de nettoyage ?

*(source : article du 03/12/2013 - <http://blogs.grandlyon.com>).*

**Exercice 3**

Dans cet exercice, on prendra 1 cm comme unité de longueur.

On considère un trapèze ABFE rectangle en A et B, c'est-à-dire tel que les droites (AE) et (BF) sont perpendiculaires à la droite (AB), et tel que  $AB = 14$  ;  $AE = 3$  ;  $BF = 9$ .

Le point M est un point variable sur le segment [AB]. Le but de cet exercice est de déterminer la position de M pour laquelle la valeur de  $EM + MF$  est minimale.

- 1) Construire le trapèze ABFE et le point G, symétrique du point F par rapport à la droite (AB).
- 2) On appelle P l'intersection des droites (AB) et (EG).

Montrer que pour tout point M de [AB], on a :  $EM + MG \geq EP + PG$ .

En déduire que la valeur  $EM + MF$  est minimale lorsque M est placé en P.

- 3) a) Montrer que :  $\frac{AP}{14 - AP} = \frac{3}{9}$   
 b) Calculer AP.
- 4) Calculer la valeur minimale de  $EM + MF$ . En donner la valeur exacte en cm, et la valeur arrondie au dixième.

**TROISIEME PARTIE (14 points)**

Cette partie est constituée de quatre situations indépendantes.

**SITUATION 1**

Extrait du manuel « Outils pour les maths » CM1 Magnard (édition 2011)

**2** \* a. Associe ces fractions aux lettres sur la droite :

$\frac{50}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{120}{100}$	$\frac{134}{100}$	$\frac{85}{100}$
------------------	-----------------	-------------------	-------------------	------------------

b. Écris chaque fraction sous la forme d'un nombre décimal.

**3** \*\* Reproduis cette droite sur du papier millimétré et place :

$\frac{300}{100}$	$\frac{40}{10}$	3,6	3,75	$\frac{29}{10}$	3,96	4,3	$\frac{326}{100}$
-------------------	-----------------	-----	------	-----------------	------	-----	-------------------

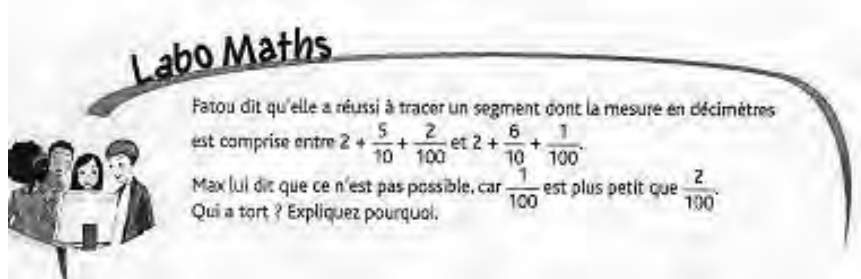
- 1) Un élève a bien réussi la question 2 mais a fait plusieurs erreurs à la question 3.

En comparant la présentation et les tâches demandées dans ces deux questions, donner trois raisons pouvant expliquer cette différence de réussite.

- 2) Quelle définition d'un nombre décimal peut-on proposer à l'école élémentaire ?

## SITUATION 2

Extrait du manuel scolaire « Tribu des maths » CM2 Magnard (édition 2010)



Trois copies d'élèves sont proposées ci-après (Lara, Clément et Léonie).

- 1) Quelles sont les erreurs faites par Lara ? Indiquer pour chacune une origine possible.
- 2) Citer une compétence qui semble acquise dans le domaine de la numération pour Clément.
- 3) Léonie s'appuie sur les écritures décimales des nombres  $2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100}$  et  $2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100}$  pour comparer ces nombres. Énoncer la règle de comparaison qu'elle utilise implicitement.

## Copies d'élèves :

*Lara*

$$2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} = \frac{252}{1000} = 0,252 = 2,52$$

$$2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} = \frac{261}{1000} = 0,261 = 2,61$$

Max a tort car 2,52 est plus petit que 2,61  
Fatou a raison

Lara

*Clément*

$$2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} = 2,52 \quad 2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} = 2,61$$

$$2,52 - 2,61 = \text{IMPOSSIBLE}$$

Fatou a tort parce que nous ne pouvons pas le calculer

Clément

*Léonie*

$$2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} = 2,52 \quad \text{et} \quad 2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} = 2,61$$

$$= 2,52 \quad = 2,61$$

$$= 0,5 \quad 0,02 \quad = 0,6 \quad 0,01$$

Fatou dit que le segment qu'il a fait est entre 2,52 et 2,61.  
C'est Max qui a tort car  $\frac{1}{100} = 0,01$  et  $\frac{2}{100} = 0,02$  mais  
le chiffre d'avant pour  $\frac{2}{100}$  est 2 et  $\frac{1}{100}$  est pour  $\frac{1}{100}$  c'est 1  
c'est le chiffre des dixièmes qui a permis à Fatou. Alors  
que Max a comparé au chiffre des centièmes.

Léonie

**SITUATION 3**

La situation suivante composée de trois problèmes a été proposée à des élèves. (d'après **ERMEL CM2, Hatier**)

*P1 : Avec une bouteille de 150 cL de jus de fruits, combien peut-on remplir de verres de 8 cL ?*

*P2 : Olivier achète 8 CD de même prix pour 150 €. Quel est le prix d'un CD ?*

*P3 : À la cantine, les enfants déjeunent par tables de 8. Aujourd'hui 150 enfants déjeunent à la cantine. Combien de tables faut-il préparer ? Restera-t-il des places vides ?*

- 1) Ces trois problèmes relèvent de la division. Indiquer ce qui les différencie.
- 2) Donner l'ordre dans lequel ces exercices pourraient être proposés aux élèves. Justifier.

**SITUATION 4****Technique opératoire de la division**

Voici les productions de quatre élèves.

Adama

Marie

Kévin

Anaïs

- 1) Donner un avantage de chacune des techniques opératoires utilisées par Adama et Anaïs.
- 2) Relever les erreurs faites par Marie et Kévin et, pour chacune, émettre une hypothèse sur son origine.



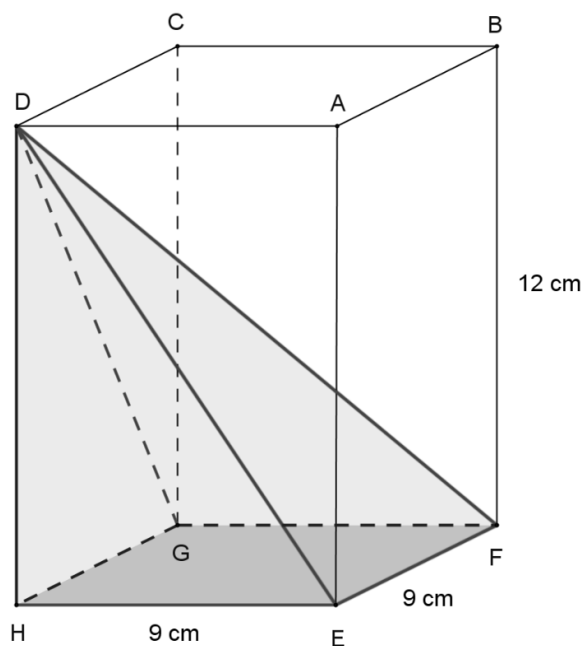
## GROUPEMENT 2 – avril 2015

### PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

L'objet de ce problème est l'étude d'une pyramide en verre, destinée à être remplie de sable pour constituer un objet de décoration.

Cette pyramide est inscriptible dans un pavé droit, comme indiqué sur la figure ci-dessous.

Le pavé droit a pour dimensions : 9 cm de longueur, 9 cm de largeur et 12 cm de hauteur.



*Les parties B et C sont indépendantes de la partie A.*

### PARTIE A : réalisation d'un patron de la pyramide

- 1) a) Calculer les longueurs DE et DG.  
b) Quelle est la nature du triangle DGF ? Du triangle DEF ? (On ne demande pas de justification.)
- 2) Tracer sur la copie (sans justification) un patron de cette pyramide à l'échelle 1/3

La pyramide est remplie avec du sable de deux couleurs différentes : la partie inférieure avec du sable rouge et la partie supérieure avec du sable blanc.

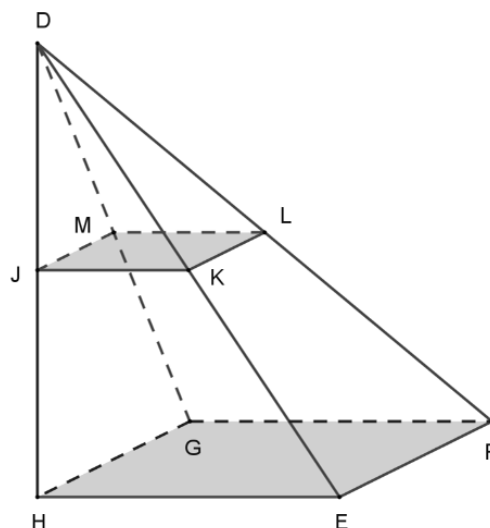
Sur la figure ci-contre, le point J indique la hauteur à laquelle s'arrête le sable rouge ; les deux couleurs de sable sont délimitées par le plan parallèle à la base de la pyramide DEFGH passant par le point J. La section est un quadrilatère JKLM où les points K, L, M appartiennent respectivement aux segments [DE], [DF] et [DG].

La pyramide DJKLM est une réduction de la pyramide DEFGH.

### PARTIE B : étude d'un cas particulier

Dans cette partie, on donne  $JH = 2$  cm.

- 1) Quelle est la nature du quadrilatère JKLM ? Justifier.
- 2) Calculer les longueurs JK et JM en justifiant les calculs.
- 3) Déterminer le volume  $B$  de sable blanc et le volume  $R$  de sable rouge contenus dans la pyramide.

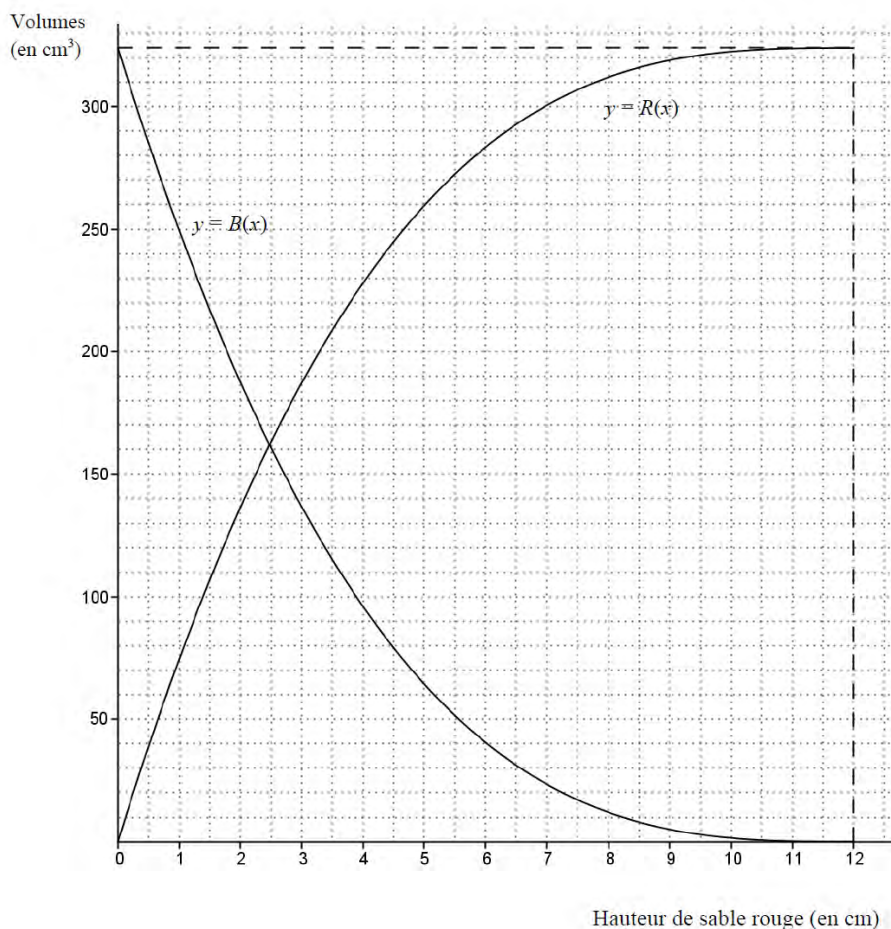


Rappel : volume d'une pyramide =  $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

### PARTIE C : étude du cas général

Dans cette partie la hauteur JH de sable rouge est variable. On note  $x$  cette hauteur, exprimée en centimètre, et respectivement  $B(x)$  et  $R(x)$  les volumes de sable blanc et de sable rouge contenus dans la pyramide, exprimés en fonction de  $x$  et en centimètre cube.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour  $x$  ?
- 2) On a tracé ci-après les représentations graphiques des fonctions  $B$  et  $R$  dans un repère du plan :



En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes :

- a) Si la hauteur de sable rouge est 5 cm, quels sont les volumes respectifs de sable blanc et de sable rouge dans la pyramide ?
  - b) Si la hauteur de sable blanc est 5 cm, quels sont les volumes de sable blanc et de sable rouge dans la pyramide ?
  - c) Donner un encadrement au centimètre près de la hauteur de sable rouge pour laquelle les volumes des deux sables sont égaux.
- 3) a) Montrer que  $B(x) = 0,1875 (12 - x)^3$ .
- b) En déduire les valeurs exactes des réponses aux questions C 2) a).

## DEUXIEME PARTIE (13 points)

*Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.*

### Exercice 1

*D'après le manuel « Triangles 3<sup>ème</sup> » (éditions Hatier).*

Carole, partie en vacances 10 jours, a laissé le robinet du lavabo de la salle de bain entrouvert. Le débit de ce robinet était 3 litres par minute (L/min).

Dans la ville où habite Carole, le prix moyen de l'eau est 3,50 € le m<sup>3</sup>.

Calculer les conséquences financières de la négligence de Carole.

### Exercice 2

Simon lance deux dés équilibrés à six faces, numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6, puis il additionne les deux nombres obtenus. Il prétend qu'il a autant de chances d'obtenir une somme égale à 7, qu'une somme égale à 5. Est-ce exact ?

### Exercice 3

Une petite entreprise emploie 7 personnes, dont 3 femmes.

Voici quelques informations sur le salaire mensuel des personnels :

*Salaires des hommes :*

1250 € ; 1400 € ; 1600 € ; 3200 €

*Salaires des femmes :*

salaire médian : 1875 € ;      salaire moyen : 1700 € ;      étendue des salaires : 1000 €

Le patron de l'entreprise veut embaucher une femme supplémentaire pour respecter la parité.

Calculer le salaire qu'il doit verser à cette nouvelle recrue pour que les salaires moyens des hommes et des femmes soient égaux.

### Exercice 4

Un fleuriste reçoit 12 tulipes et 18 roses pour faire des bouquets. Il souhaite utiliser toutes ses fleurs et composer des bouquets identiques (même nombre de roses et même nombre de tulipes). Quelles sont ses différentes possibilités ?

**TROISIEME PARTIE (14 points)**

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

**SITUATION 1**

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves de cycle 3 en activité de recherche.

Dans une plaque de carton rectangulaire de largeur 50 cm et de longueur 60 cm, on découpe un rectangle dont la largeur est  $\frac{3}{5}$  de la largeur de la plaque et la longueur est  $\frac{3}{4}$  de la longueur de la plaque. Calcule le périmètre et l'aire du rectangle obtenu.

- 1) Dans cet exercice, les fractions apparaissent-elles comme des nombres ou comme des opérateurs ? justifier.
- 2) Le problème a été proposé à trois élèves, dont les productions sont données ci-après :

Eva

$$60 = 15 + 15 + 15 + 15$$

$$\frac{3}{4} = 45$$

la longueur est 45

$$50 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10$$

$$\frac{3}{5} = 30$$

la largeur est 30

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 30 \\ \hline = 75 \end{array} \times \begin{array}{r} 75 \\ 2 \\ \hline 140 \end{array}$$

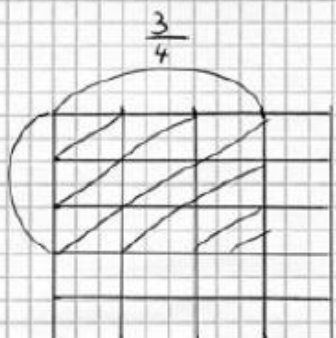
le périmètre est 140

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 30 \\ \hline 00 \\ 1350 \\ \hline 1350 \end{array}$$

l'aire est 1350

Eva

Jeanne



le périmètre est 12  
l'aire est 9

Jeanne

Maxime

$$\begin{array}{r} 3,4 \\ + 3,5 \\ \hline 6,9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \times 2 \\ \hline 138 \end{array}$$

le périmètre est 138 cm.

$$\begin{array}{r} \times 3,4 \\ 3,5 \\ \hline 102,0 \\ 1190 \end{array}$$

l'aire est 1190 cm<sup>2</sup>

Maxime

- a) Pour chacun de ces trois élèves, donner deux compétences qui semblent acquises dans le domaine grandeurs et mesures.
- b) Analyse de la production d'Eva : en quoi témoigne-t-elle d'une bonne compréhension de la notion de fraction malgré une erreur d'écriture ?
- c) Analyse de la production de Maxime : en quoi son erreur d'écriture est-elle révélatrice d'une mauvaise compréhension de la notion de fraction ?
- 3) En préparant cette activité, le professeur a hésité entre trois couples de dimensions pour le rectangle de carton :
- 50 cm de largeur et 60 cm de longueur (dimensions finalement retenues) ;
  - 10 cm de largeur et 16 cm de longueur ;
  - 10 cm de largeur et 14 cm de longueur.

Argumenter l'intérêt et les difficultés éventuelles pour chacune de ces options.

## SITUATION 2

L'exercice ci-dessous est proposé à des élèves d'une classe de CM2.



(Extrait de « Vivre les maths CM2, Nathan, Programme 2008 »).

- 1) Citer deux pré-requis dans le domaine de la géométrie nécessaires pour résoudre cet exercice.
- 2) Un élève propose la solution suivante :

$120 - 28 = 92$   
 $2 \times 18 = 36$   
 $2 \times 10 = 20$   
 $36 + 20 = 56$   
 $92 - 56 = 36 \div 2 = 18$   
 La hauteur de la boîte est de 18 cm.

- a) Retrouver les différentes étapes de son raisonnement, en analysant ses résultats partiels.
- b) Relever ses éventuelles erreurs ou oublis.

## SITUATION 3



Lis le problème.

Emma et Maxime vendent des crêpes pour la kermesse de l'école.  
 5 crêpes coûtent 7 €.  
 10 crêpes coûtent donc 14 €.  
 Combien coûtent 15 crêpes ?

(Extrait de « Vivre les maths CM2, Nathan, Programme 2008 »)

- 1) Quelle est la principale notion du programme sur laquelle cet exercice permet de revenir ?
- 2) Proposer trois méthodes possibles pour résoudre cet exercice en cycle 3, et pour chacune, expliciter les propriétés relatives à cette notion qui ont été mobilisées.

## GROUPEMENT 3 – avril 2015

### PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

Un professeur veut préparer le matériel nécessaire pour mener une activité de découverte des formes géométriques. Il souhaite proposer aux élèves de fabriquer des figures comme ci-dessous, par découpage, collage puis coloriage. Il voudrait que chacune de ces figures, qui évoque une tête, ait un « œil » en forme de carré et un « œil » en forme de triangle équilatéral.

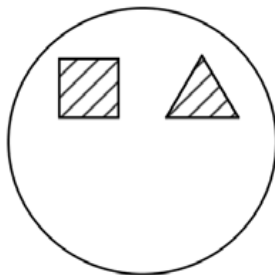


Figure 1

Il dispose de feuilles cartonnées dans lesquelles il découpera des carrés. Dans ces carrés, les élèves réaliseront les différents découpages requis.

### PARTIE A : étude de la situation concrète

La documentation dont il dispose propose de découper deux paires d'yeux dans des carrés de 7 cm de côté selon le schéma approximatif suivant :

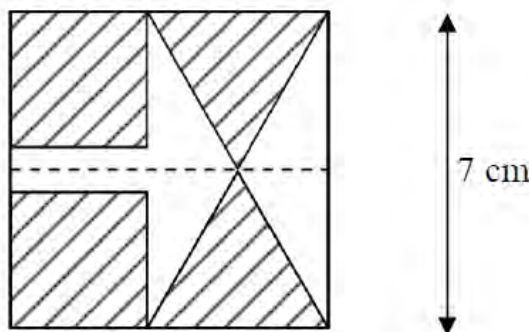


Figure 2

dans lequel les figures hachurées sont des carrés de 3 cm de côté et des triangles équilatéraux de côté 4 cm de côté.

- 1) a) Vérifier qu'il est possible de découper dans un carré de 7 cm de côté, deux paires d'yeux formées d'un carré de côté 3 cm et d'un triangle équilatéral de côté 4 cm, dans la disposition de la figure 2. Dans cette question, on pourra utiliser le résultat suivant :

La mesure  $h$  de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté de mesure  $a$  est :

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

- b) Le professeur constate que les carrés et les triangles équilatéraux que les élèves auront à découper ont le même périmètre. Ont-ils la même aire ?
- 2) Le professeur se demande s'il est possible de choisir d'autres dimensions pour les yeux de telle sorte qu'on puisse les découper dans des feuilles carrées de 7 cm de côté dans la disposition de la figure 2, le carré et le triangle équilatéral ayant le même périmètre.

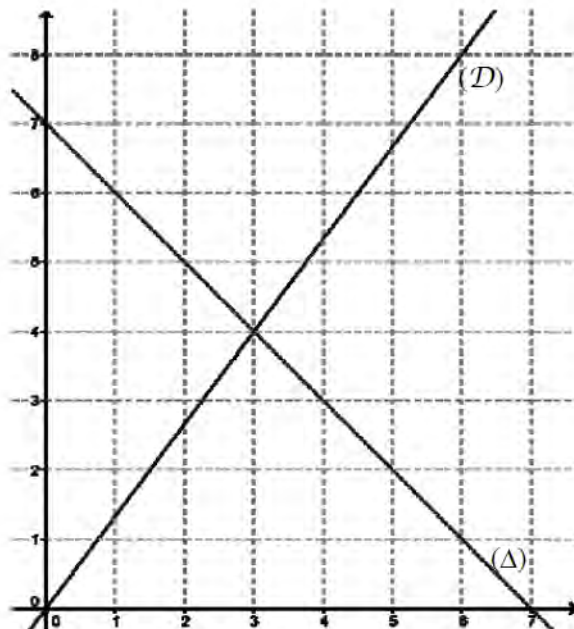
Pour cela, il appelle  $x$  le côté du carré hachuré et  $y$  celui du triangle équilatéral hachuré.

- a) Expliquer pourquoi si  $x$  et  $y$  sont solutions du problème, alors ils vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ x + y = 7 \\ 2x \leq 7 \\ y\sqrt{3} \leq 7 \end{cases}$$

- b) Sur le graphique ci-dessous, on a représenté les fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = \frac{4}{3}x \quad \text{et} \quad g(x) = 7 - x$$



Expliquer comment cette représentation graphique peut permettre de répondre au problème que se pose le professeur.

- c) Résoudre par le calcul le système  $\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ x + y = 7 \end{cases}$  et en déduire la solution au problème.
- 3) Vingt-cinq élèves doivent participer à cette activité.  
Le professeur dispose de feuilles cartonnées de format A3, de dimensions, en mm, 420×197. Il veut que chaque élève dispose d'un carré de 14 cm de côté, dans lequel il découpera un disque de rayon 7 cm pour faire la tête, et d'un rectangle de dimensions 7 cm sur 3,5 cm, dans lequel il découpera une paire d'yeux.  
Quel nombre minimal de feuilles cartonnées de format A3 doit prévoir le professeur ?

## PARTIE B : démonstration de résultats mathématiques

- 1) Démontrer le résultat rappelé à la question A 1) a) :

La mesure  $h$  de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté de mesure  $a$  est :

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

- 2) Dans cette question, on considère un carré de côté  $x$  et un triangle équilatéral de côté  $y$  avec  $y = \frac{4}{3}x$ .
- a) Vérifier que ce carré et ce triangle équilatéral ont le même périmètre.
- b) Exprimer l'aire  $A_1$  du carré et l'aire  $A_2$  du triangle équilatéral en fonction de  $x$ .  
En déduire le rapport  $\frac{A_2}{A_1}$ .
- c) Expliquer pourquoi les réponses aux questions a) et b) ci-dessus permettent de retrouver le résultat de la question A 1) b).



## DEUXIEME PARTIE (13 points)

*Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.*

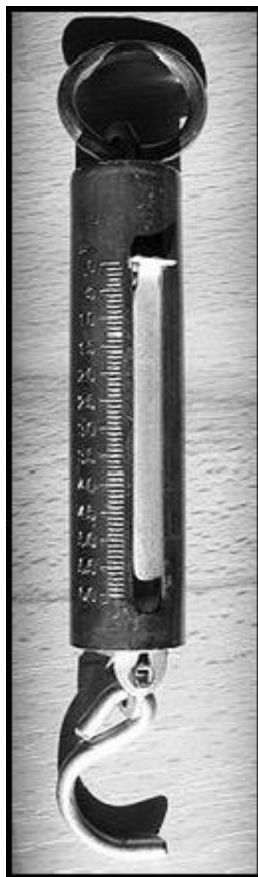
### Exercice 1

Un vététiste fait chaque semaine une sortie depuis son domicile situé à une altitude de 500 m, jusqu'à un col culminant à une altitude de 1350 m. Il a le choix entre emprunter une route goudronnée de 27 km ou une piste en terre de 28 km.

- 1) La semaine dernière, il a décidé de prendre la route goudronnée. En partant à 8 h 10 min, il est arrivé au col à 9 h 40 min. À quelle vitesse moyenne a-t-il roulé ?
- 2) Cette semaine il a pris la piste en terre. Il constate qu'il a mis 1 h 45 min pour effectuer ce trajet. De quel pourcentage sa vitesse moyenne a-t-elle diminué ?

### Exercice 2

Pour colorer l'émail des objets qu'il fabrique, un artisan utilise des oxydes métalliques. Pour peser certains de ces oxydes métalliques, il utilise un peson à ressort constitué d'un ressort, d'une réglette et d'un crochet pour accrocher les masses à mesurer.



*Exemple de peson à ressort. Source : Wikipédia*

Le peson est suspendu par l'une de ses extrémités. Lorsqu'on y accroche une masse, son ressort s'allonge. Au repos, le ressort du peson a pour longueur 14 cm.

Avec une masse de 10 g, le ressort a pour longueur 14,5 cm.

Chaque fois que l'on ajoute 10 g à une masse déjà suspendue, le ressort s'allonge de 0,5 cm.

- 1) Quelle longueur mesurera le ressort si on suspend une masse de 70 g ?
- 2) L'artisan constate que le ressort mesure 28 cm. Quelle masse a-t-elle été suspendue au ressort ?
- 3) La longueur du ressort est-elle proportionnelle à la masse suspendue ? Justifier votre réponse.

**Exercice 3**

Les questions 1 et 2 sont indépendantes. Toutes les réponses devront être justifiées.

- 1) On considère un nombre rationnel  $\frac{p}{q}$ , où  $p$  et  $q$  sont des nombres entiers,  $q$  étant non nul.  
Ce nombre a pour valeur approchée par excès à  $10^{-3}$  près 1,118.  
On sait de plus que  $q = 1789$ .  
Quelle(s) est (sont) la (les) valeur(s) possible(s) pour  $p$  ?
- 2) L'objectif de cette question est d'établir un résultat pour la comparaison de deux nombres ayant pour écritures fractionnaires  $\frac{n-1}{n}$  et  $\frac{n}{n+1}$  où  $n$  est un nombre entier naturel non nul.
  - a) Comparer  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{2}{3}$  ;  $\frac{12}{13}$  et  $\frac{13}{14}$  ;  $\frac{176}{177}$  et  $\frac{177}{178}$ . Quel résultat général peut-on conjecturer ?
  - b) Démontrer ce résultat.
  - c) Comparer les nombres  $\frac{987\,654\,322}{987\,654\,323}$  et  $\frac{987\,654\,321}{987\,654\,322}$  sans effectuer de calcul.

**Exercice 4**

On joue à un jeu nécessitant deux dés différents.

Le premier dé est un tétraèdre régulier à 4 faces ; une face est rouge, une est bleue et les deux autres sont jaunes.

Le deuxième est un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6.

On suppose les deux dés bien équilibrés.

On lance en premier le dé tétraédrique et on note la couleur de la face sur laquelle il repose.

Puis on lance le dé à 6 faces et on note le numéro porté sur la face de dessus.

- 1) Calculer la probabilité d'obtenir la couleur rouge sur le dé tétraédrique et 4 sur l'autre dé.
- 2) Calculer la probabilité d'obtenir la couleur jaune sur le dé tétraédrique et un nombre impair sur l'autre dé.

## TROISIEME PARTIE (14 points)

*Cette partie est constituée de quatre situations indépendantes.*

### SITUATION 1

L'exercice ci-dessous a été donné en évaluation à des élèves de CM1.

*Une école organise une sortie de fin d'année. Pour se déplacer, le directeur loue des bus qui peuvent accueillir 42 passagers chacun. Il y a 157 élèves dans l'école et 20 adultes les accompagneront. Combien faut-il réserver de bus ?*

- 1) Quelle opération mathématique est l'enjeu de ce problème ?
- 2) Dans l'annexe, sont présentées les productions de quatre élèves A, B, C et D. Pour chacune d'elles, expliquer la procédure utilisée.
- 3) Un autre élève de la classe a effectué la division de 157 par 20. À quelle question ce calcul pourrait-il répondre ?
- 4) La situation du problème de départ et celle de la question 3 illustrent deux sens différents de la division. Les expliciter.

### SITUATION 2

L'exercice ci-dessous a été donné en évaluation à des élèves de CM1.

*J'avais 28 litres d'essence. J'ai rempli de façon identique 8 bidons de même contenance en utilisant toute l'essence. Combien ai-je mis de litres dans chaque bidon ?*

- 1) Quelle opération permet de répondre à cette question ?
- 2) Dans l'annexe, sont présentées les productions de trois élèves E, F et G. Pour chacune de ces productions, expliquer la procédure utilisée.

### SITUATION 3

Voici un autre exercice proposé à des élèves de CM2.

*Il faut exactement 28 litres d'essence pour remplir complètement 8 bidons de contenance identique. Combien peut-on remplir de bidons avec 7 litres d'essence ?*

- 1) De quelle(s) notion(s) mathématique(s) relève cet exercice ?
- 2) Proposer deux résolutions différentes de cet exercice qui peuvent être attendues d'un élève de CM2, en explicitant les raisonnements sous-jacents.

### SITUATION 4

L'exercice suivant a été donné à des élèves de l'école primaire :

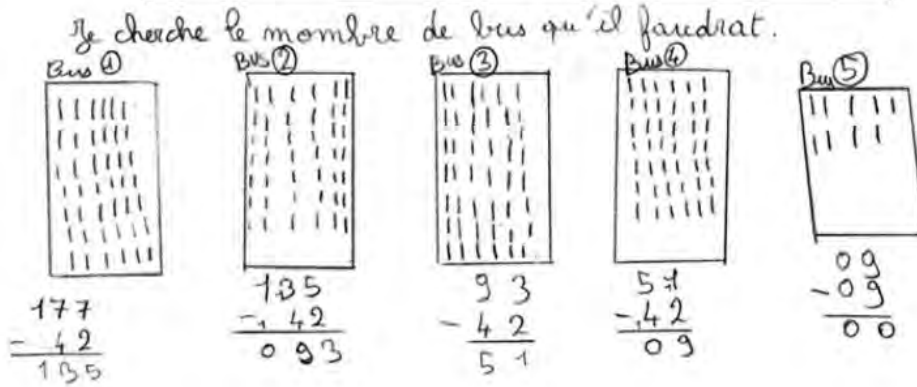
*On découpe un ruban mesurant 137,6 cm en 8 morceaux de même longueur. Combien mesure chacun des morceaux ?*

- 1) Quel sens de la division illustre-t-il ?
- 2) Proposer une procédure pour résoudre ce problème, permettant de se ramener à une opération sur les nombres entiers.
- 3) Proposer une procédure de calcul qui peut être attendue d'un élève de CM2 pour effectuer la division  $137,6 \div 8$ , sans se ramener à une opération sur les entiers.
- 4) Le quotient d'un nombre décimal par 8 est-il toujours un nombre décimal ? Justifier.

## ANNEXE SITUATION 1

## Élève A

Je cherche le nombre de bus qu'il faudrait.



Il faudrait 5 Bus.

Il faudrait 5 Bus

## Élève B

Je cherche combien faut-il de bus

Je cherche combien faut-il de bus

$$\begin{array}{r} 157 \\ + 20 \\ \hline 177 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 3 \\ \hline 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 4 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 5 \\ \hline 210 \end{array}$$

J'ai additionné le nombre d'élèves et d'adultes et multiplié les places qu'il y a dans un bus

J'ai additionné le nombre d'élèves et d'adultes et multiplié les places qu'il y a dans un bus

Il faudra réserver 5 bus

Il faudra réserver 5 bus

## Élève C

$$\begin{array}{r} 157 \\ + 20 \\ \hline 177 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 177 \\ - 168 \\ \hline 009 \end{array} \quad \begin{array}{r} 42 \\ 4 \end{array}$$

Il faut réserver  
5 bus pour tous les  
élèves et pour  
tous les adultes.

Il faut réserver 5 bus  
pour tous les élèves et  
pour tous les adultes.

## Élève D

$$\begin{array}{r} 42 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 84 \\ 42 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 126 \\ 42 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 168 \\ 42 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 177 \\ 42 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 3 \\ \hline \end{array}$$

Il faut réserver 5 bus

Il faut réserver 5 bus

J'ai fait comme ça  
pour voir combien de bus  
le directeur doit réserver.

J'ai fait comme ça pour  
voir combien de bus le  
directeur doit réserver.

## ANNEXE SITUATION 2

Élève E

Je cherche le nombre de litre qu'il y aurait dans chaque bidon

je cherche le nombre de litre qu'il y aurait dans chaque bidon.

1L = 1000ml

1L = 1000 ml



Chaque bidon contiendra 3L et demi

Chaque bidon contiendra 3L et demi

Élève F

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1/3	1/3	1/3	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2

Tout les bidon son remplis avec 3 demi.

Tout les bidon son emplis avec 3 demi

Élève G

J'ai mis 3,5 litres dans les 8 bidons.

$$\begin{array}{r} 28 \phantom{0} \\ - 24 \phantom{0} \\ \hline 48 \phantom{0} \\ - 40 \phantom{0} \\ \hline 8 \phantom{0} \end{array}$$

J'ai mis 3,5 litres dans les 8 bidons.

## CONCOURS EXCEPTIONNEL CRÉTEIL – mai 2015

### PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

On appelle **format d'un rectangle** le quotient de sa longueur par sa largeur.

Ainsi, par exemple,

- un rectangle de dimensions 4 cm et 6 cm a pour format  $\frac{6}{4} = 1,5$  ;
- une feuille de papier A4 (21 x 29,7) a pour format  $\frac{29,7}{21} \approx 1,41$ .

Le but de ce problème est d'étudier différents formats de rectangles.

**Les parties A, B et C sont indépendantes.**

### PARTIE A : étude d'un premier cas particulier

Dans cette partie, tous les rectangles étudiés ont un côté (longueur ou largeur) mesurant 10 cm.

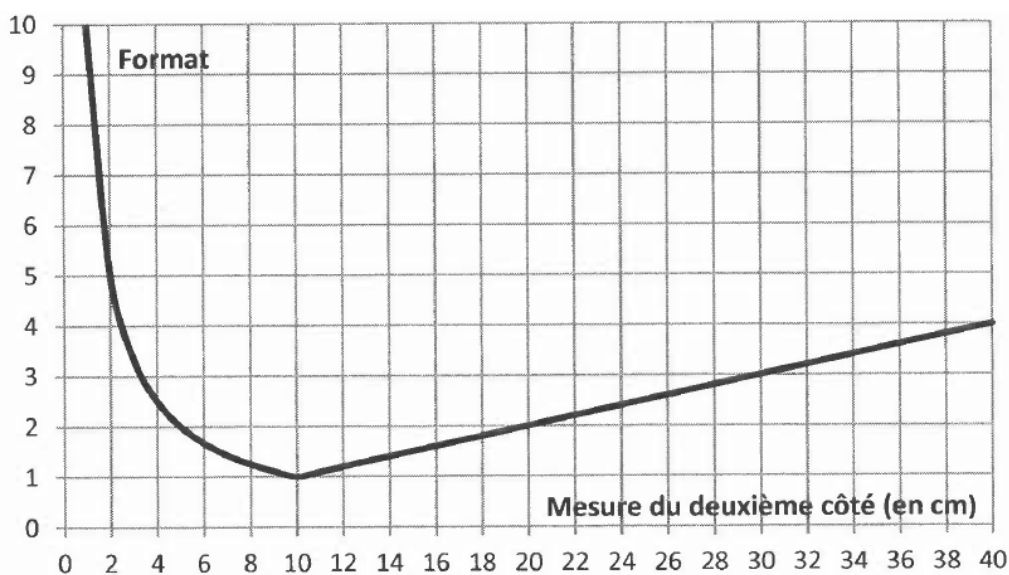
- 1) Déterminer le format F d'un tel rectangle lorsque le deuxième côté mesure
  - a) 2,5 cm;
  - b) 40 cm.

- 2) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

Mesure (en cm) du deuxième côté	2	4	10	18	32	60
Format du rectangle						

Le format est-il proportionnel à la mesure du deuxième côté ? Justifier la réponse.

- 3) La courbe ci-après représente le format d'un rectangle dont un des côtés mesure 10 cm en fonction de la mesure du deuxième côté, lorsque celle-ci varie entre 1 cm et 40 cm.



- a) Déterminer graphiquement une valeur approchée de la mesure du deuxième côté de tous les rectangles de format égal à 3.
- b) Retrouver par le calcul les résultats précédents.
- c) Déterminer graphiquement les valeurs possibles pour la mesure du deuxième côté des rectangles dont le format est inférieur ou égal à 2,5.
- d) Retrouver par le calcul les résultats précédents.

**PARTIE B : format commercial d'un rectangle**

- 1) On considère un rectangle ABCD de longueur AB et de largeur AD. On note  $L$  sa longueur,  $l$  sa largeur et  $F$  son format. On a donc  $F = \frac{L}{l}$ .

On note I et J les milieux respectifs des côtés [AB] et [CD].

On découpe le rectangle suivant la droite (IJ).

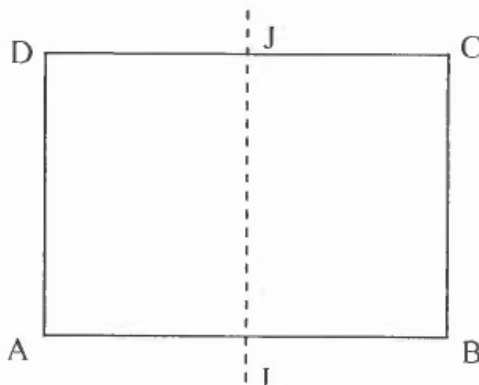


Figure 2

On dit que ABCD a un format commercial si les deux rectangles superposables AIJD et IBCJ obtenus ont aussi pour format  $F$ .

Montrer que dans ce cas  $L^2 = 2 \times l^2$ . En déduire que  $F = \sqrt{2}$ .

- 2) On dit qu'un rectangle de papier est de format  $A_0$  si ce rectangle a un format commercial (donc si son format est  $\sqrt{2}$  et si son aire est égale à  $1\text{m}^2$ ).

On note  $L_0$  et  $l_0$  la longueur et la largeur d'un rectangle de format  $A_0$ , exprimées en mètre.

Montrer que  $l_0^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$  et que  $L_0^2 = \sqrt{2}$ .

**Dans la suite de cette partie, on admet qu'un rectangle de format  $A_0$  a pour dimensions 0,841 m et 1,189 m.**

En utilisant les notations de la figure 2, et en supposant que le rectangle ABCD est de format  $A_0$ , on appelle  $A_1$  le format du rectangle AIJD.

En répétant ce procédé de découpage, on obtient successivement des rectangles de formats  $A_2, A_3, A_4$ , etc.

- 3) La feuille de tableur ci-après calcule les dimensions des rectangles de format  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 \dots$  (les valeurs sont arrondies au millièmè).

	A	B	C
1	format	longueur (en mètre)	largeur (en mètre)
2	A0	1,189	0,841
3	A1	0,841	0,594
4	A2	0,594	0,420
5	A3	0,420	0,297
6	A4		
7	A5		

Déterminer les dimensions d'un rectangle de format  $A_5$ . Arrondir au millimètre.



**DEUXIEME PARTIE (13 points)**

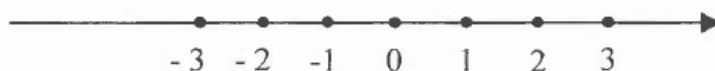
*Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.*

**Exercice 1**

*Les questions 1 et 2 sont indépendantes.*

- 1) Une puce se déplace sur un axe gradué.

Elle part du point d'abscisse 0 et, à chaque seconde, saute de façon aléatoire et équiprobable soit d'une unité vers la droite, soit d'une unité vers la gauche.



Au bout de 3 secondes, quelle est la probabilité que la puce soit :

- a) au point d'abscisse 0 ?
- b) au point d'abscisse 1 ?
- c) au point d'abscisse 2 ?
- d) au point d'abscisse 3 ?

Justifier les réponses.

- 2) Durant une semaine, un établissement de restauration rapide offre, pour chaque achat de quatre menus, une carte à gratter. Une carte contient 4 cases dont on a caché les motifs : des étoiles sur deux d'entre elles et des cœurs sur les deux autres.

La règle du jeu stipule :

- on gratte exactement deux cases ;
- si les deux cases grattées présentent les mêmes symboles on gagne une boisson.

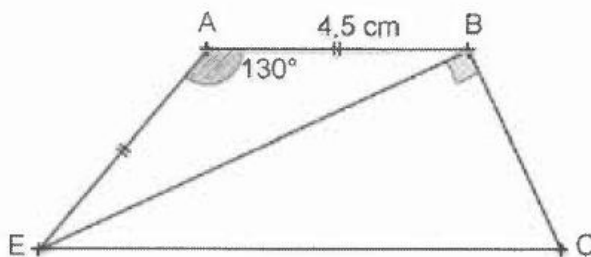
Calculer la probabilité de gagner une boisson avec une carte, en grattant deux cases au hasard.

**Exercice 2**

On considère le quadrilatère ABCE représenté par la figure ci-dessous.

On sait que :

- les droites (AB) et (CE) sont parallèles ;
- le triangle EBC est rectangle en B ;
- le triangle EAB est isocèle en A ; le côté [AB] mesure 4,5 cm et l'angle  $\widehat{EAB}$  mesure  $130^\circ$ .



- 1) Justifier que la droite (EB) est la bissectrice de l'angle  $\widehat{AEC}$ .
- 2) Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BCE}$ .
- 3) Soit K le milieu du segment [EC]. Justifier que le triangle EBK est isocèle en K.
- 4) Prouver que ABKE est un losange.
- 5) Quelle est la longueur du segment [EC] ?

### Exercice 3

Pour un projet scientifique, une classe de cours moyen décide de construire dans la cour de l'école une maquette du système solaire, en respectant les échelles. On rappelle que le rayon moyen de la Terre est égal à 6400 km et celui du Soleil est égal à 700 000 km.

Dans la maquette, le Soleil sera représenté par une boule de 18 cm de rayon.

- 1) Dans la maquette, quel sera le diamètre de la Terre, arrondi au millimètre ?
- 2) Sachant que, dans la maquette, la distance du Soleil à la Terre devrait mesurer 38,47 m, retrouver la distance réelle Terre-Soleil (en kilomètre).

### Exercice 4

On considère l'algorithme suivant :

- Étape 1 : choisir un nombre entier naturel  $N$  dont le chiffre des unités est 5 ;
- Étape 2 : déterminer  $d$ , le nombre des dizaines de  $N$  ;
- Étape 3 : effectuer le produit  $d \times (d + 1)$  ;
- Étape 4 : écrire le nombre entier qui se termine par 25 et dont le nombre des centaines est le produit obtenu à l'étape 3.

- 1) Appliquer cet algorithme aux trois nombres entiers : 15 ; 5 ; 145.
- 2) Un élève affirme que cet algorithme permet de calculer le carré d'un nombre entier naturel dont le chiffre des unités est 5. Prouver qu'il a raison (on pourra développer  $(10d + 5)^2$ ).

## TROISIEME PARTIE (14 points)

**Cette partie est constituée de quatre situations indépendantes.**

Cette partie étudie différentes situations d'apprentissage autour des notions d'aire et de périmètre.

Un extrait des « Repères pour organiser la progressivité des apprentissages », BOEN Hors Série N°3 du 19 juin 2008 et un extrait des recommandations pour la mise en œuvre des programmes, BOEN N°25 du 19 juin 2014 sont fournis en fin d'énoncé.

### SITUATION 1

À l'issue d'une séquence abordant la notion de périmètre dans une classe de CM1, un enseignant prévoit d'utiliser le QCM suivant pour évaluer une partie des acquis de ses élèves.

**QCM**

1. Quel est le périmètre de ce rectangle ?

3 cm

4 cm

R

☐ 7 cm     
 ☐ 12 cm     
 ☐ 14 cm     
 ☐ 24 cm

2. Quel est le périmètre de ce carré ?

3 cm

C

☐ 3 cm     
 ☐ 6 cm     
 ☐ 9 cm     
 ☐ 12 cm

3. Quel est le périmètre de la figure obtenue avec le rectangle et le carré ?

R

C

☐ ...     
 ☐ ....     
 ☐ ....

*D'après DEEP, évaluation PACEM-Mathématiques 2011. Cahier de l'élève, CM1*

- 1) Proposer une explication des choix du concepteur pour les quatre valeurs (7 cm ; 12 cm ; 14 cm ; 24 cm) de la question 1 du QCM.
- 2) Proposer trois valeurs pour compléter la question 3 du QCM, et argumenter ces choix.

## SITUATION 2

Dans une classe de CM2, un enseignant prévoit d'utiliser le problème 1 ci-dessous.

### Problème 1

Construire un rectangle dont l'aire vaut  $120 \text{ cm}^2$ .

- 1) Citer deux savoirs relatifs au domaine « grandeurs et mesures » que l'élève devra mobiliser pour résoudre ce problème.
- 2) Citer deux pré-requis relevant d'autres domaines mathématiques que « grandeurs et mesures » qui seront nécessaires à un élève pour résoudre ce problème.

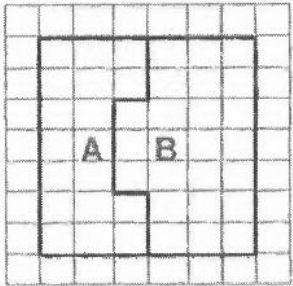
## SITUATION 3

Un professeur propose les problèmes 2 et 3 ci-après à une classe de CM2.

Justifier le choix d'avoir utilisé un quadrillage dans ces deux problèmes.

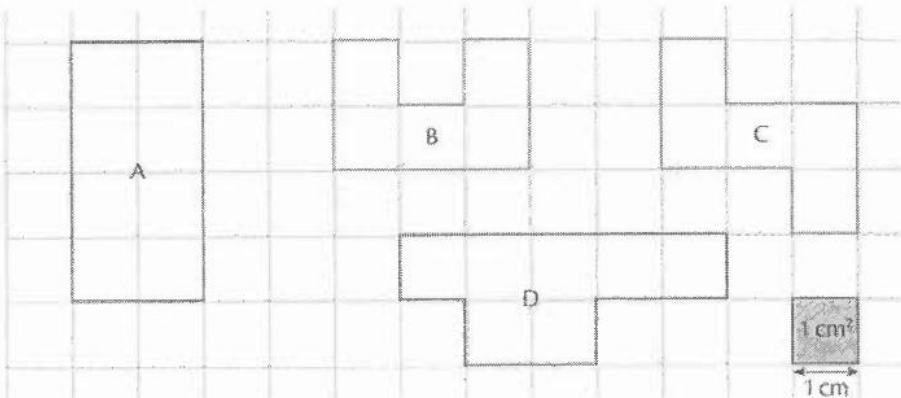
**Problème 2**

Compare les périmètres de la partie A et de la partie B



**Problème 3**

2\* Trouve toutes les figures qui ont un périmètre de 12 cm.  
Puis range-les, de celle qui a la plus petite aire à celle qui a la plus grande aire.



*Maths tout terrain, CM2, Bordas, p.153*

**SITUATION 4**

La situation ci-après (organisation de séance et production d'élèves) est inspirée de l'ouvrage « Apprentissages numériques et résolution de problèmes » - ERMEL – CM1, 2009, Hatier.

**Organisation de séance**

**Matériel**

Rectangle A (10 cm × 9 cm)	demi-périmètre : 19	aire : 90
Rectangle B (10 cm × 14 cm)	demi-périmètre : 24	aire : 140
Rectangle C (20 cm × 4 cm)	demi-périmètre : 24	aire : 80

**Étape 1 : Recherche par groupes de deux**

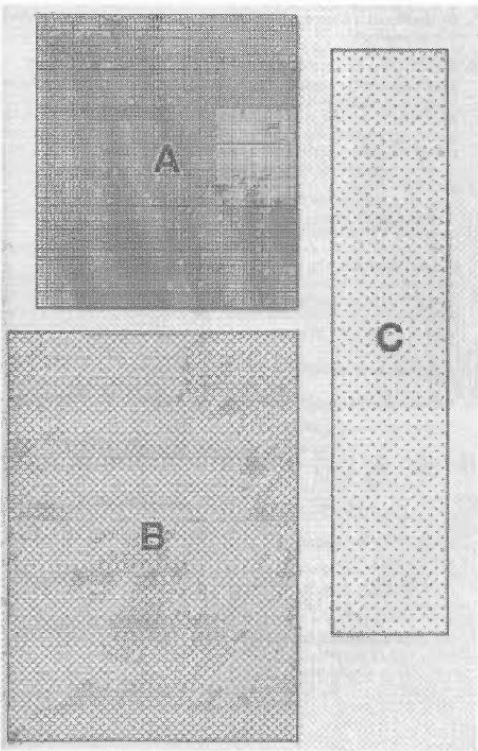
Le maître demande aux élèves de préparer leur matériel usuel de géométrie. Il distribue aussi la feuille contenant les figures et donne la tâche, sans commentaire :

**Question :** « Quelle est la figure la plus petite ? Quelle est la figure la plus grande ? »

**Étape 2 : Recherche par groupes de deux**

Le maître fait découper les trois rectangles suivant leur contour, et donne alors une nouvelle tâche.

**Question :** « Audrey a le rectangle A. Bastien a le rectangle B. Caroline a le rectangle C. Quel enfant a le plus de papier ? Quel enfant a le moins de papier ? »



*(Les rectangles ne sont pas représentés en vraie grandeur.)*

- 1) Citer trois critères possibles de classement pour répondre à la question de l'étape 1.
- 2) On donne ci-après trois productions d'élèves en réponse à l'étape 2. Pour chacune, dire quel sens les élèves semblent avoir donné aux termes « le plus de ... » et « le moins de ... ».

Groupe d'élèves 1

Aurélien  
Bastien a plus de papier  
dans son carré B  
explication: j'ai mesuré  
la largeur du B: 10cm  
A: 9 est plus grande que les autres

$\frac{A:9}{B:10}$   
 $C:4$

Caroline a le moins de papier  
avec son rectangle C  
le rectangle C a moins  
de largeur par rapport aux autres

$\frac{A:9}{B:10}$   
 $C:4$

Groupe d'élèves 2

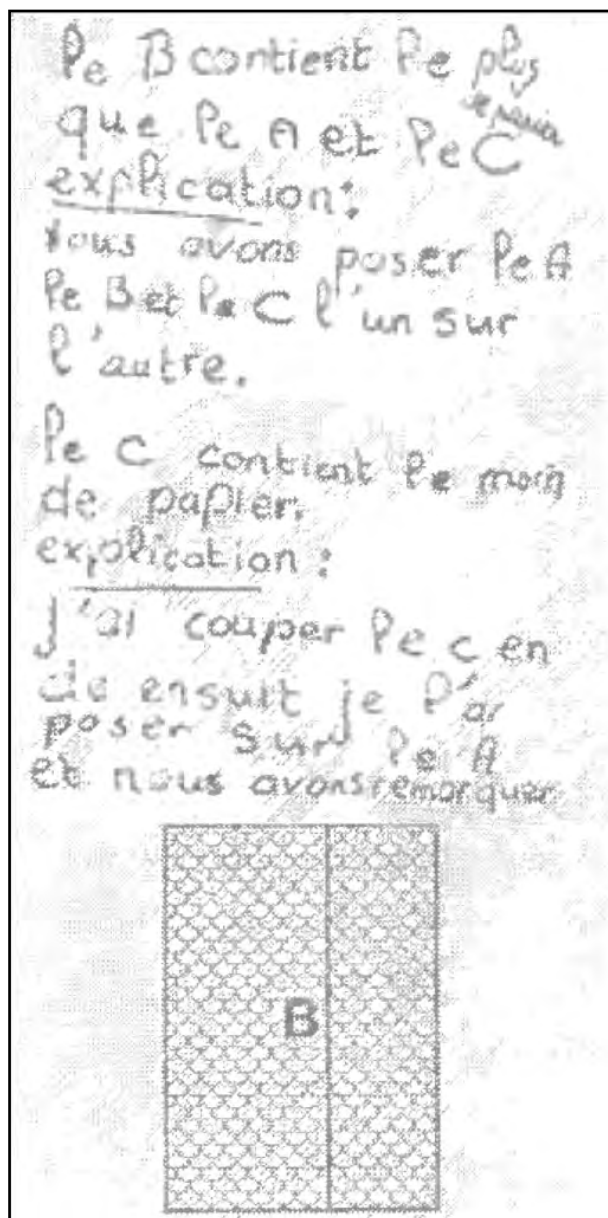
1) Quel enfant a le plus  
de papier? C'est Caroline  
et Bastien.  
conclusion: car le  
périmètre fait 18 cm.

2) Quel enfant a le  
moins de papier? C'est  
Audrey.  
conclusion: car le périmètre  
fait 38 cm.

Pauline

SYLVA IV

Groupe d'élèves 3



- 3) Proposer trois rectangles de périmètres tous différents et d'aires toutes différentes permettant un classement des aires qui soit différent de celui des périmètres.

## ANNEXE 1

**Extrait des « repères pour organiser la progressivité des apprentissages »,  
BOEN hors série n°3 du 19 juin 2008**

	Cours élémentaire deuxième année	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
<b>Géométrie</b>	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître, décrire, nommer et reproduire, tracer des figures géométriques : carré, rectangle, losange, triangle rectangle.</li> <li>- Vérifier la nature d'une figure plane en utilisant la règle graduée et l'équerre.</li> <li>- Construire un cercle avec un compas.</li> <li>- Utiliser en situation le vocabulaire : côté, sommet, angle, milieu.</li> <li>- Reconnaître qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie, par pliage ou à l'aide du papier calque.</li> <li>- Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée.</li> </ul> <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître, décrire et nommer : un cube, un pavé droit.</li> <li>- Utiliser en situation le vocabulaire : face, arête, sommet.</li> </ul> <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reproduire des figures (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un modèle.</li> <li>- Construire un carré ou un rectangle de dimensions données.</li> </ul>	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître que des droites sont parallèles.</li> <li>- Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre.</li> <li>- Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, le compas.</li> <li>- Décrire une figure en vue de l'identifier parmi d'autres figures ou de la faire reproduire.</li> </ul> <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé, prisme.</li> <li>- Reconnaître ou compléter un patron de cube ou de pavé.</li> </ul> <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Compléter une figure par symétrie axiale.</li> <li>- Tracer une figure simple à partir d'un programme de construction ou en suivant des consignes.</li> </ul>	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser les instruments pour vérifier le parallélisme de deux droites (règle et équerre) et pour tracer des droites parallèles.</li> <li>- Vérifier la nature d'une figure en ayant recours aux instruments.</li> <li>- Construire une hauteur d'un triangle.</li> <li>- Reproduire un triangle à l'aide d'instruments.</li> </ul> <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé, cylindre, prisme.</li> <li>- Reconnaître ou compléter un patron de solide droit.</li> </ul> <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée (avec des indications relatives aux propriétés et aux dimensions).</li> </ul>
<b>Grandeurs et mesure</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître les unités de mesure suivantes et les relations qui les lient : <ul style="list-style-type: none"> <li>Longueur : le mètre, le kilomètre, le centimètre, le millimètre ;</li> <li>Masse : le kilogramme, le gramme ;</li> <li>Capacité : le litre, le centilitre ;</li> <li>Monnaie : l'euro et le centime ;</li> <li>Temps : l'heure, la minute, la seconde, le mois, l'année.</li> </ul> </li> <li>- Utiliser des instruments pour mesurer des longueurs, des masses, des capacités, puis exprimer cette mesure par un nombre entier ou un encadrement par deux nombres entiers.</li> <li>- Vérifier qu'un angle est droit en utilisant l'équerre ou un gabarit.</li> <li>- Calculer le périmètre d'un polygone.</li> <li>- Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge.</li> </ul> <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs ci-dessus.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître et utiliser les unités usuelles de mesure des durées, ainsi que les unités du système métrique pour les longueurs, les masses et les contenances, et leurs relations.</li> <li>- Reporter des longueurs à l'aide du compas.</li> <li>- Formules du périmètre du carré et du rectangle.</li> </ul> <p>Aires</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé.</li> <li>- Classer et ranger des surfaces selon leur aire.</li> </ul> <p>Angles</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer les angles d'une figure en utilisant un gabarit.</li> <li>- Estimer et vérifier en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus.</li> </ul> <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.</li> <li>- Formule de la longueur d'un cercle.</li> <li>- Formule du volume du pavé droit (initiation à l'utilisation d'unités métriques de volume).</li> </ul> <p>Aires</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée.</li> <li>- Connaître et utiliser les unités d'aire usuelles (<math>\text{cm}^2</math>, <math>\text{m}^2</math> et <math>\text{km}^2</math>).</li> </ul> <p>Angles</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit.</li> </ul> <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique des conversions.</li> <li>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique simultanément des unités différentes de mesure.</li> </ul>

## ANNEXE 2

**Extrait des recommandations pour la mise en œuvre des programmes, BOEN N°25 du 19 juin 2014**

### Grandeurs et mesures

L'ensemble des formules de périmètre, d'aire et de volume est étudié au collège. À l'école élémentaire, il est surtout important :

- de consolider la notion de périmètre des polygones par le calcul pas à pas (en ajoutant au fur et à mesure chacune des longueurs), en faisant pour le carré et le rectangle le lien avec les formules ;
- d'approcher la notion d'aire à partir de manipulations (pavages...) ; les formules d'aire du carré et du rectangle pourront aisément se déduire d'une activité de pavage par des carrés ; le calcul d'une aire se limite au CM2 à celle d'un carré ou d'un rectangle ;
- d'approcher la notion de volume par des manipulations.

La comparaison des angles d'une figure en utilisant un gabarit est amorcée au CM1 et approfondie au CM2. La reproduction d'un angle donné est faite au collège.