

Reproduction de figures géométriques

Hervé Péault

Extrait des actes du XVII^{ème} colloque - Paris 1990

Cet article présente une séquence de formation initiale ou continue sur la reproduction de figures planes. Les activités proposées ont un double but :

- réactiver les connaissances des étudiants ou stagiaires sur des propriétés de géométrie plane, en particulier sur le cercle.*
- travailler un certain nombre de notions didactiques telles que analyse a priori, variables didactiques, et envisager la question de l'observation, de l'analyse d'erreur et de l'organisation de séances.*

1. Préparation de la première activité

Plusieurs jours avant la première séance, j'ai expliqué en quoi celle-ci consistait : une activité de reproduction d'une figure géométrique pour la moitié du groupe, l'autre moitié observant ceux qui reproduisent.

Les futurs observateurs ont alors reçu un exemplaire de la figure à reproduire et ma *fiche de préparation*" (annexe1) avec mon *"analyse a priori des procédures de résolution"* (annexe2), cette dernière conçue en partie en fonction de mes observations sur un groupe précédent.

Ils devaient étudier ces documents, s'assurer qu'ils les avaient bien compris, me demander des précisions le cas échéant.

2. Première activité

Le jour venu, je mène l'activité en essayant de me conformer à ce qui est indiqué sur la fiche.

Dans un premier temps, c'est une activité individuelle (chacun étant observé par un autre) suivie d'une mise en commun (c'est alors moi qui suis observé), et se termine par un exercice individuel d'évaluation.

Pendant que le demi-groupe effectue ce dernier exercice, chaque observateur doit rédiger un court compte-rendu mettant en évidence :

- la ou les procédures utilisées par la personne observée,
- les principales erreurs ou difficultés rencontrées,
- le degré de prise en compte de ces éléments lors de la mise en commun.

Espace et géométrie

Il effectue ensuite avec la personne observée, le contrôle de la réussite à l'exercice, lui fait lire son compte-rendu, la personne observée pouvant, si elle le désire, ajouter des observations.

3. Deuxième activité

La séance suivante se déroule en échangeant acteurs et observateurs qui avaient eux aussi reçu au préalable ma « *fiche de préparation* » (*annexe 5*).

Il s'agit de reproduire une figure présentée au rétroprojecteur et sur laquelle figurent divers renseignements (*annexe 6*). Le déroulement est à peu près du même type.

A la réflexion, je pense qu'il serait préférable de procéder différemment pour mettre davantage l'accent sur la variable didactique "*indications données*".

On pourrait proposer la figure "*nue*" aux observateurs en leur demandant d'y porter des indications : suffisamment pour que la figure puisse être reproduite sans prise d'informations supplémentaires, mais avec peu d'indications déductibles d'autres. Ils devraient en plus prévoir comment pourrait s'y prendre la personne chargée de la reproduction.

Le jour dit, chaque observateur présenterait sa figure, le reproducteur ne devant pas y prendre d'autres informations.

On comparerait ensuite les renseignements proposés par chacun et les figures obtenues.

4. Prolongement

Après ces séances, je pose le problème suivant faisant l'objet d'une réflexion par petits groupes suivie d'une mise en commun : « *on veut faire reproduire une figure géométrique. Cherchez des variables sur lesquelles on peut jouer pour influencer sur les procédures de résolution* » .

La mise en commun débouche sur le repérage de divers éléments :

- choix de la figure et de ses caractéristiques géométriques ;
- renseignements fournis (longueurs, angles, parallélisme, perpendicularité,...) ;
- accès au modèle (modèle non accessible ou modèle sur lequel il est possible de prendre des informations) ;
- outils autorisés ;
- échelle de reproduction demandée ;
- support de reproduction (papier blanc, quadrillé, planche à clous, assemblage de morceaux de puzzle, ordinateur..).

5. Dans les classes

Je distribue divers documents, notamment :

- le chapitre XI "Reproduction de dessins" des Aides pédagogiques CM de l'APMEP.
- la fiche "Copie de dessins" de F. Boule parue dans J.D.I. n°2 de novembre 1983.
- et bien sûr l'article de : M.L. Peltier et Y. Ducel paru dans le Bulletin 371 de l'A.P.M. de décembre 1989 : "Géométrie : une approche par le dessin géométrique CM 2 - sixième".

En général, nous terminons par la préparation et la réalisation dans les classes de séquences "reproduction de figure géométrique" dans un CE ou un CM.

ANNEXE 1

OBJECTIFS

Expliciter (ou réexpliquer...) les notions de médiatrice d'un segment, de tangente à un cercle, de cercle circonscrit à un polygone...

Utiliser ces notions dans la recherche de procédures de détermination du centre d'un cercle.

S'entraîner à une utilisation précise de l'équerre, la règle et le compas.

CHOIX DE LA SITUATION

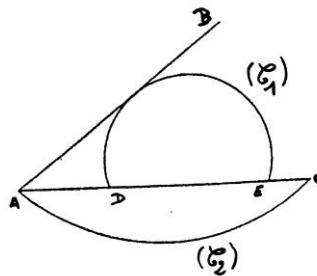
Il s'agit d'un problème consistant à reproduire une figure ; la difficulté principale est de retrouver des centres de cercles.

Les caractéristiques de cette figure ont été choisies de façon à amener une diversité des procédures, certaines étant plus efficaces.

MATERIEL

- La figure ci-contre (agrandie) est proposée (sans les repérages avec les lettres) sur une feuille distribuée à chacun.

- Chacun dispose d'une feuille blanche, de crayons, d'une équerre, d'un compas et d'une règle non graduée, à l'exclusion de tous autres instruments.



CONSIGNE

"Vous devez reproduire le dessin sur votre feuille. Vous n'avez pas le droit de décalquer; par contre vous pouvez écrire ou rajouter des tracés sur la feuille où se trouve le dessin.

Espace et géométrie

La copie obtenue devra être superposable à l'original, mais la vérification ne devra se faire que lorsque vous serez sûrs de vous. "

RECHERCHE

On peut penser que la détermination des divers points ne posera pas trop de problèmes. L'essentiel des difficultés réside dans la détermination des centres des cercles (C1) et (C2).

En cas de blocage, on pourra suggérer un tracé auxiliaire mais sans indiquer de méthode.

MISE EN COMMUN

On mettra en évidence les différentes procédures utilisées, les difficultés et les erreurs rencontrées. A cette occasion, on théoriserà les outils apparus :

- notion de médiatrice d'un segment comme ensemble des points équidistants des extrémités et correspondant à la perpendiculaire au milieu du segment.
- notion de corde.
- notion de tangente à un cercle qu'on se contentera de définir ici comme la perpendiculaire à un rayon en un point du cercle.
- notion de cercle circonscrit à un polygone. On examinera en particulier le cas d'un triangle quelconque, d'un triangle rectangle, d'un rectangle.

On mettra aussi en évidence :

- les problèmes de précision et de fiabilité des procédures utilisées : en particulier devra apparaître la non-pertinence de procédures basées sur la construction de tangentes.
- la différenciation des procédures suivant qu'on dispose de plus ou moins d'un demi-cercle.
- la procédure d'intersection des médiatrices de deux cordes comme procédure experte.

EVALUATION

Chacun recevra une feuille comportant 3 points. La consigne sera : "*Construire un quatrième point tel que les 4 points soient situés sur un même cercle, sans tracer ce cercle.*" (Celui-ci pourra être tracé ensuite pour vérification).

Annexe 2

REPRODUCTION DE FIGURE (1) - OBSERVATION DES PROCEDURES

On peut considérer que 3 grandes étapes seront nécessaires pour effectuer la reproduction (l'ordre pouvant varier) :

- Marquage des différents points, après détermination de l'angle de (AB) et (AC).
- Recherche du centre de (C1) et tracé de (C1).
- Recherche du centre de (C2) et tracé de (C2).

La première étape indiquée correspond en fait à la reproduction d'un triangle (triangle BAC par exemple ou triangle ABE, etc..) mais il pourrait y avoir des difficultés liées au fait qu'aucun triangle n'apparaît complètement tracé. Dans ce cas on pourra suggérer de tracer par exemple [BC].

L'essentiel du problème réside dans la détermination des centres de (C1) et (C2). C'est ce qu'on observera de façon plus particulière en notant :

- les procédures utilisées ;
- les procédures abandonnées et celles retenues ;
- les procédures erronées.

Pour vous aider, voici une liste de procédures susceptibles d'apparaître. Mais il y en aura sans doute d'autres, notamment erronées (par exemple tentative de tracer (C1) en prenant comme centre le milieu de [DE], tracé de la médiatrice de [DE] pour chercher le centre de (C2), etc..).

a) Tâtonnement complet : détermination approximative d'un centre, essais puis réajustements successifs au voisinage.

b) Tracé d'une médiatrice (de [DE] en général pour (C1) et de [AC] pour (C2)) et recherche du centre par tâtonnement avec des essais successifs de tracés de cercles centrés sur cette médiatrice.

c) Détermination par intersection des médiatrices de deux cordes.

d) Construction d'un rectangle inscrit (réalisable seulement pour (C1); par exemple tracé de [DD'] et [EE'] perpendiculaires à [DE].

Identification du centre à l'intersection des diagonales (ou des médianes..).

e) Essai d'inscription d'un triangle rectangle (réalisable seulement pour (C1) ; on prend une corde ([DE] ou une autre), une corde perpendiculaire et on cherche le milieu du diamètre obtenu.

Espace et géométrie

f) Construction (nécessairement approximative) d'une tangente auxiliaire (pour (C1), si l'on fait l'hypothèse que (AB) est une tangente) ou de deux tangentes (pour (C2)) et des perpendiculaires aux points de tangence.

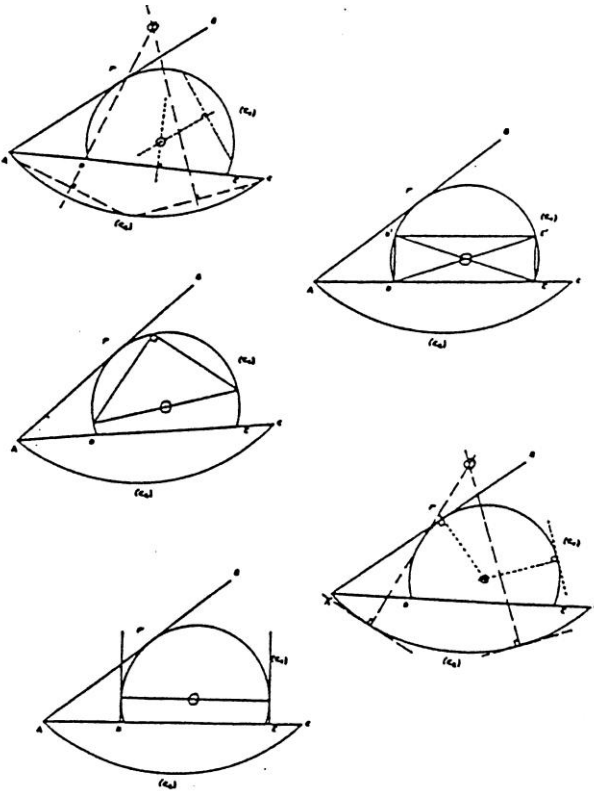
g) Recherche de l'intersection de la médiatrice d'une corde et de la perpendiculaire à une tangente.

h) Recherche de tangentes parallèles : pour (C1) par exemple en faisant glisser l'équerre sur (AC) et recherche du milieu du diamètre obtenu en joignant les points supposés de tangence.

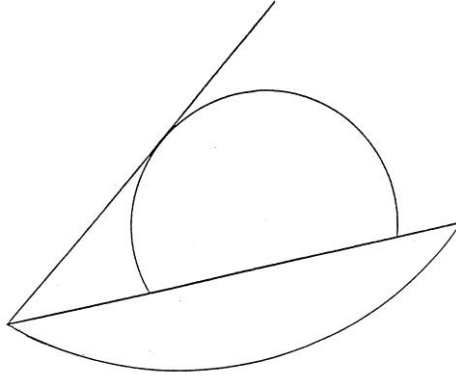
i) Par pliage, en faisant coïncider 2 morceaux de l'arc de cercle, recherche de diamètres et marquage de leur intersection.

j) Une procédure peut aussi apparaître pour la recherche du centre de (C2) : construction d'un carré de côté [AC] et marquage de l'intersection des diagonales. Bien qu'a priori non légitime, cette procédure fonctionne dans le cas particulier de ce dessin.

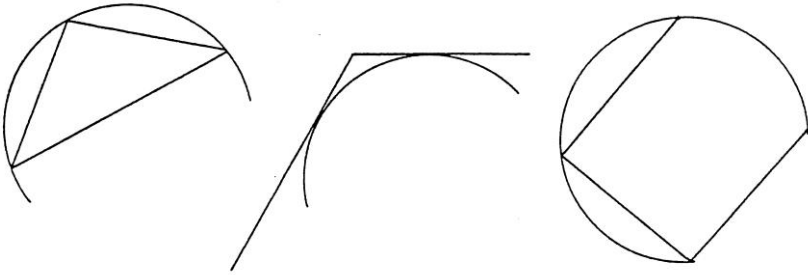
k) Autres procédures...



Annexe 3



Annexe 4



Annexe 5

OBJECTIFS

- Utiliser des propriétés de polygones simples pour leur construction.
- Organiser un tracé en fonction des renseignements disponibles.
- Expliciter les notions de bissectrice et de cercle inscrit dans un triangle.

MATERIEL

- La figure ci-après est présentée à l'aide du rétro-projecteur.
- Chacun dispose d'une feuille blanche et des instruments usuels de tracé.

CONSIGNE

" Vous devez reproduire la figure projetée. La vérification se fera en superposant votre réalisation à l'original sur le transparent. Les décalages éventuels ne devront pas excéder 1 mm."

RECHERCHE

- Une première difficulté est liée ici au choix d'un point de départ pertinent. En particulier le tracé préalable du carré, puis du losange ne peut conduire à une figure correcte en l'absence d'indications complémentaires.
- Une mauvaise interprétation des indications peut engendrer diverses erreurs, notamment :
 - estimer que le centre du cercle est sur [GJ] .
 - estimer que $JI = 3$ cm et $JK = 5$ cm.
- Des difficultés pourront apparaître :
 - pour la précision des tracés.
 - pour construire un point à des distances données de 2 autres.
 - pour tracer un cercle inscrit dans un triangle (d'autant qu'ici le triangle n'apparaît pas en entier).
- Observer et noter :
 - l'ordre dans lequel s'effectue la reproduction.
 - les difficultés et erreurs rencontrées.

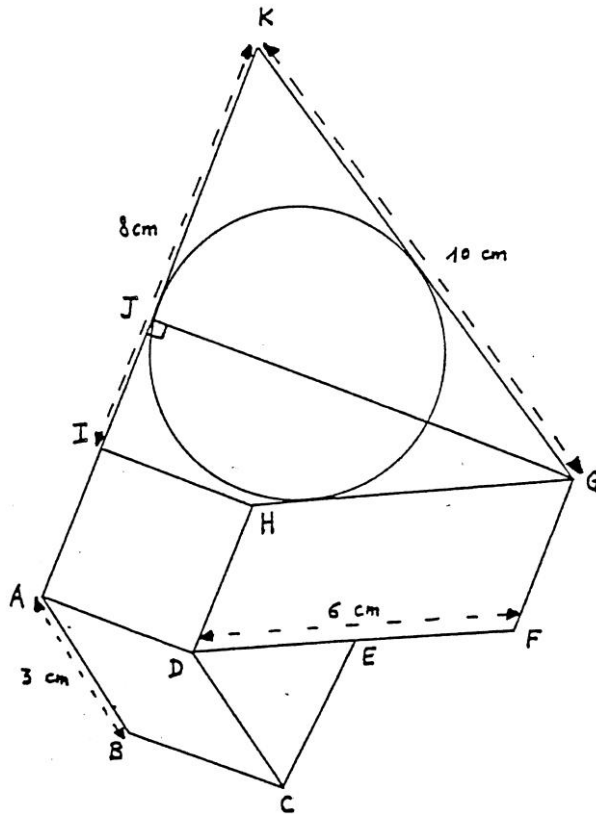
MISE EN COMMUN

Faire ressortir les différentes procédures et mettre en évidence :

- une procédure de construction d'un point à des distances données de deux autres.

- une procédure de construction du cercle inscrit dans un triangle, à partir des bissectrices.
- le caractère déformable d'un quadrilatère dont on ne connaît que les longueurs des côtés.

ANNEXE 6



ABCD est un losange
 DCE est un triangle équilatéral
 DFGH est un parallélogramme
 ADHI est un carré
 Le cercle est tangent aux droites
 (KI) (HG) et (GK)

