

IREM de Franche-Comté

Un pour dix, dix pour un !

Le livre présente une expérience d'enseignement de la numération décimale de position pour les nombres entiers et décimaux, fruit d'une expérimentation du groupe « École primaire » de l'IREM de Franche-Comté, débutée il y a trois ans et qui alimente désormais une recherche collaborative avec les enseignants d'un réseau REP de Haute-Saône.

De nombreuses recherches pointent les difficultés dans l'apprentissage et l'enseignement de la numération écrite et orale en France. Pour aider les élèves et les enseignants à les surmonter, cette expérimentation s'appuie sur la manipulation par les élèves d'un abaque (« l'abaque en couleurs ») qui propose le « cinq » comme groupe intermédiaire d'objets avant le passage à la dizaine. Elle propose aux enseignants des activités (situations d'apprentissage, jeux) présentées sous la forme d'une progression sur la numération et l'approche des quatre opérations enseignées à l'école primaire.

Les modalités de mise en œuvre présentées permettent d'alterner des situations collectives pour mettre en place des procédures nouvelles et des situations individuelles pour engager la pratique de chaque élève dans une certaine liberté.

Le livre est composé de deux parties, l'une portant sur le cycle 2, l'autre sur le cycle 3 et couvre les programmes de l'école primaire pour l'enseignement des nombres entiers et décimaux. Il s'adresse principalement aux enseignants de l'école primaire des cycles 2 et 3 mais aussi, dans une moindre mesure, à ceux du cycle 4. Il peut également intéresser des formateurs, enseignants et étudiants des actuelles ESPE et futurs INSPE.

Il est accompagné de nombreux supports pour les classes :

- un matériel de numération composé de cubes et de barres de « cinq »,
- des abaques colorés (à fond tricolore) pour lire, écrire et représenter les nombres entiers,
- des abaques colorés (à fond tricolore ou à fond jaune) pour lire, écrire et représenter les nombres décimaux,
- des jeux de cartes (cartes numérales) permettant de composer et décomposer les écritures numériques,
- des supports de jeux variés : appariement, devinette, bataille, dobble, loto,
- des documents OpenBoard ou Open-Sankoré pour étendre la représentation des nombres sur abaques en utilisant un T.B.I. en classe.

Ces ressources sont disponibles en annexes de la brochure ou téléchargeables sur le site de l'ARPEME (www.arpeme.fr). Elles seront mises à jour et complétées par d'autres ressources à destination des classes des cycles 2 et 3.

Mots-clés : numération, manipulation, anticipation, école primaire, cycle 2, cycle 3, jeux, matériel, abaque, entiers, décimaux, techniques opératoires, calcul en ligne, opérations, formation, expérimentation.

Préface

L'approche des quantités et la construction du nombre à l'école maternelle, la connaissance des nombres entiers et du calcul au cycle 2 et la connaissance des fractions et des nombres décimaux au cycle 3 sont des objectifs majeurs de l'école primaire.

Le livre de l'IREM de Franche-Comté « Un pour dix, dix pour un ! » propose aux enseignants des classes de cycle 2 et de cycle 3 des matériels et des activités pour aider leurs élèves dans ces constructions de connaissances.

Il se compose de deux parties : une pour le cycle 2, l'autre pour le cycle 3. Elles peuvent être lues de façon indépendante. Cependant, les collègues de l'école primaire ont tout intérêt à lire les deux parties afin de mieux comprendre et s'approprier la méthode proposée. Celle-ci s'appuie sur des manipulations des élèves leur permettant de se constituer des images mentales qu'ils pourront ensuite évoquer pour s'abstraire du support.

La partie cycle 2 se compose de 3 chapitres : « découverte des nombres », « numération de position » et « numération de position et opérations arithmétiques ».

La partie cycle 3 se compose de 8 chapitres : « présentation de l'abaque en couleurs », « opérations arithmétiques », « multiples », « fractions », « nombres décimaux », « pourcentages », « numérations anciennes » et « problèmes financiers ».

Dans chacun de ces chapitres, des situations d'apprentissages pour les élèves et leur mise en œuvre sous la forme de progression sont proposées aux enseignant(e)s.

Ces situations sont également accompagnées par de nombreuses ressources (supports, dés, planches de jeux de lotos, cartes numérales, ...) et celles-ci ont été adaptées en vue d'être utilisées en classe sur un T.B.I. à l'aide d'un logiciel comme OpenBoard ou Open-Sankoré. Le lecteur se référera à l'organigramme proposé en annexe pour trouver les ressources dont il aura besoin.

Ce livre intéressera donc tout particulièrement les enseignant(e)s des classes des cycles 2 et 3 de l'école primaire, mais aussi des collègues de cycle 4 (notamment pour les chapitres « multiples », « fractions », « nombres décimaux », « pourcentages », et « problèmes financiers »).

Pour accompagner les élèves et les rendre actifs, de nombreux matériels et jeux sont présentés et utilisés tout au long de la progression envisagée : objets du quotidien, calculi¹, cubes « unité » et barres de « cinq », spirales de nombres, bandes nombres, tableaux de nombres, étiquettes numérales, cartons de lotos, abaque en couleurs, ...

Les élèves peuvent apprendre et agir en manipulant ces matériels dans les activités individuelles ou collectives proposées.

Ces jeux et matériels permettent ainsi une accumulation d'expériences qui, pour être disponibles par la suite, sont décrites dans l'action puis évoquées après avoir été conduites en vue de parvenir à la constitution d'images mentales.

En effet, l'un des choix forts de cette brochure, repose sur le fait que ce n'est pas la manipulation du matériel proposé qui constitue l'activité mathématique, mais les multiples questions qu'elle engendre.

Au fil de cette brochure, ce sont ces manipulations et ces anticipations en alternance qui vont permettre aux élèves de construire les nombres, de découvrir leurs propriétés, de « toucher du doigt » nos numérations écrite et orale et leurs caractéristiques, de rendre ces nombres et ces numérations « opératoires » en découvrant le calcul à l'aide des quatre opérations enseignées à l'école primaire (addition, soustraction, multiplication et division), de donner du sens aux règles qui fondent nos techniques de calculs (en ligne ou posées), de découvrir les fractions et les nombres décimaux.

1 Voir page 22

La lecture de l'ouvrage permettra aux enseignants et aux lecteurs curieux de découvrir quelques points importants à préciser :

- Les matériels proposés ont la particularité de pouvoir suivre les élèves de la classe de CP (ou même de GS) à la classe de CM2. Ainsi les enseignants peuvent accompagner leurs élèves avec le même matériel (abaque en couleurs) pour travailler avec les nombres entiers puis avec les nombres décimaux.

- Les matériels choisis (cubes « unité » et barres de « cinq ») sur l'abaque en couleurs renforcent le rôle et l'importance du « pivot à 5 » dans la construction des nombres (comme les cinq doigts d'une main dans l'histoire de l'humanité...), simplifient les manipulations et réduisent le rôle de la mémoire. La référence au « dix » vu comme un « cinq et cinq » (et réciproquement) est permanente dans la brochure. Cela se traduit notamment dans les procédures de calculs en ligne envisagées avec les élèves.

- Ces matériels doivent pouvoir être utilisés par tous les élèves d'une classe de l'école primaire. Ils sont donc faciles à créer pour les enseignant(e)s : abaquages à photocopier et à plastifier prêts à l'emploi ; cubes et barres découpés dans une plaque de medium (mdf) dont une face a été peinte en noir. Le coût est donc peu important pour équiper tous les élèves d'une classe ou d'une école.

- Le lien entre l'addition et la multiplication est renforcé : le rôle joué par la duplication (action de doubler) y est pour beaucoup et des moments de la progression y sont consacrés au cycle 2 comme au cycle 3.

- Les opérations arithmétiques sont toutes illustrées à l'aide du matériel avant de parvenir avec les élèves à une forme symbolique en écriture chiffrée. Ainsi, les propriétés du calcul en ligne peuvent être illustrées. Mais ce sont aussi les techniques opératoires posées de toutes les opérations qui peuvent être progressivement mises en place à l'aide de ce matériel :

- pour le cycle 2, les techniques posées de l'addition, de la soustraction (avec notamment des techniques nouvelles explicitement liées à l'abaque en couleurs) et de la multiplication,

- pour le cycle 3 une technique posée de la division, basée sur la duplication, compréhensible par les élèves (disposition à l'anglo-saxonne).

- La simplicité de la multiplication par 10, 100, ... repose sur une action de glissement des éléments représentant les nombres, commune pour les nombres entiers et décimaux. Et, par la suite, l'action inverse permettra de les diviser par 10, 100, ...

- Le travail proposé aux collègues de cycle 3 pour l'enseignement des nombres décimaux se fait dans la continuité du travail proposé sur les nombres entiers grâce à l'abaque en couleurs.

- L'histoire des nombres est illustrée à travers de multiples références historiques (rôle des doigts de la main dans l'histoire des nombres, groupements récursifs, apparition des nombres décimaux en Occident, abaque à jonchets, histoires des numérations écrites (babylonienne, maya)).

- Pour les mises en commun à conduire au tableau avec la classe, deux solutions sont proposées : des bandes et carrés plats munis de bandes magnétiques adhérant au tableau ou une présentation sur T.B.I. à l'aide des logiciels OpenBoard ou Open-Sankoré avec une « banque de cubes et barres » fournie.

Le livre de l'IREM de Franche-Comté « Un pour dix, dix pour un ! » présente ainsi une proposition nouvelle fondée sur l'engagement des élèves (et des enseignant(e)s...) dans de véritables « expériences d'apprentissages » à l'aide de l'abaque en couleurs.

Il a pu être réalisé grâce à l'IREM de Franche-Comté et au travail de Bernard Bettinelli accompagné par une équipe de formateurs (enseignants chercheurs, enseignants du second degré, enseignants du premier degré). Les situations proposées ont été – pour beaucoup d'entre elles – testées et mises en œuvre dans les classes de l'école Pablo Picasso de Vesoul (de la GS au CM2). Que tous les collègues de cette école en soient remerciés ainsi que leurs élèves !

Le groupe « École Primaire » de l'IREM de Franche-Comté