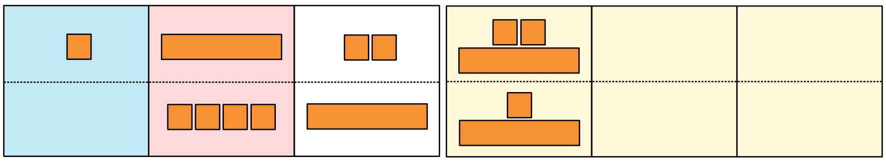
Nombres décimaux et mesures sur l'abaque en couleurs

Addition et soustraction des nombres décimaux

Situation 1 (individuelle)

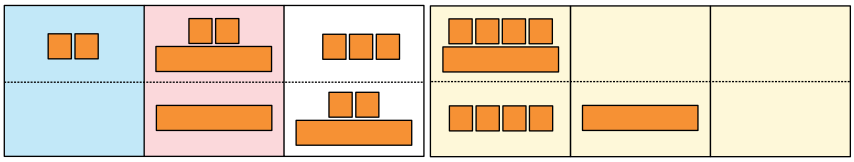
1 - Addition

- Poser 152,7 + 45,6 sur l'abaque.



Volontairement, je commence par un exemple avec "retenues" sur les dixièmes, pour enclencher les règles sur les décimales.

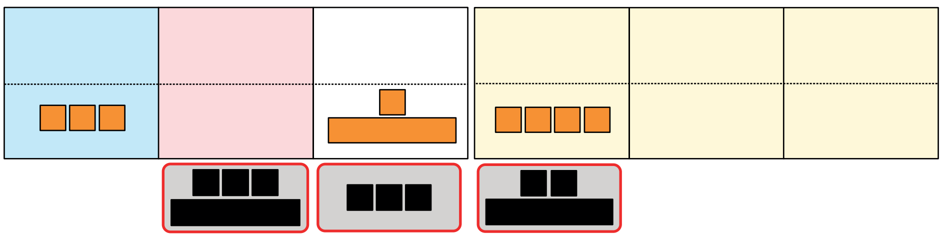
- Poser 273,9 + 57,45 sur l'abaque.



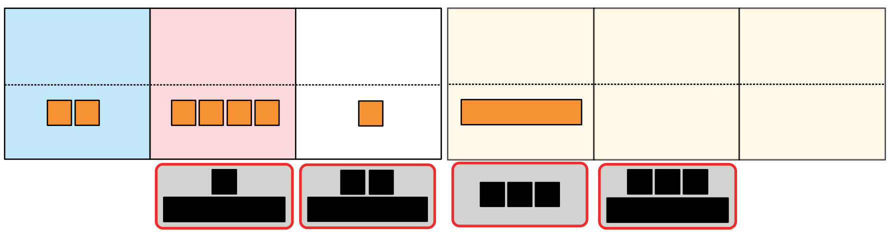
Il n'y a pas d'équivoque sur la place de la virgule. Et le passage à la technique écrite usuelle est évident.

2 - Soustraction

- Poser 306,4 – 83,7 sur l'abaque.



- Poser 241,5 – 67,38 sur l'abaque.



Il n'y a pas d'équivoque sur la place de la virgule. Et le passage à la technique écrite usuelle est naturel.

(Les "retenues" de la soustraction ont été placées selon la technique de complétion à 10[1].)

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & 2 & 7 & 3 & , & 9 & \\
+ & & 5 & 7 & , & 4 & 5 \\
\hline
 & 3 & 3 & 1 & , & 3 & 5
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccc}
 & {\scriptstyle 3} & {\scriptstyle 3} & & & {\scriptstyle 2} \\
2 & 4 & 1 & , & 5 & \\
 & \cancel{6} & \cancel{7} & , & 3 & \cancel{8} \\
{\scriptstyle 1} & {\scriptstyle \cancel{1}} & & & {\scriptstyle 1} & \\
\hline
1 & 7 & 4 & , & 1 & 2
\end{array}
$$

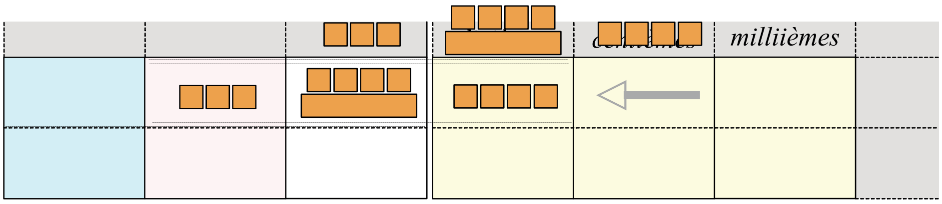
1 Voir page 81

Multiplication des nombres décimaux par un entier

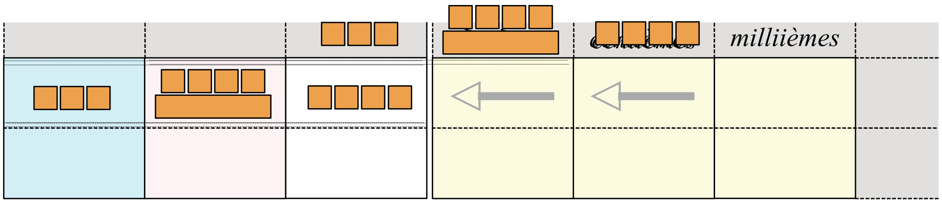
1 - Multiplication par 10, 100, …

Quelle que soit la case de l'abaque, dix fois une figure portée revient à la glisser sur sa case de gauche. Donc dix fois un nombre quelconque revient à glisser le train de ses figures d'une case à gauche.

Rien n'est changé dans le fonctionnement par rapport aux nombres entiers, mais la forme de l'écriture est nouvelle.



10× 3,94 = 39,4

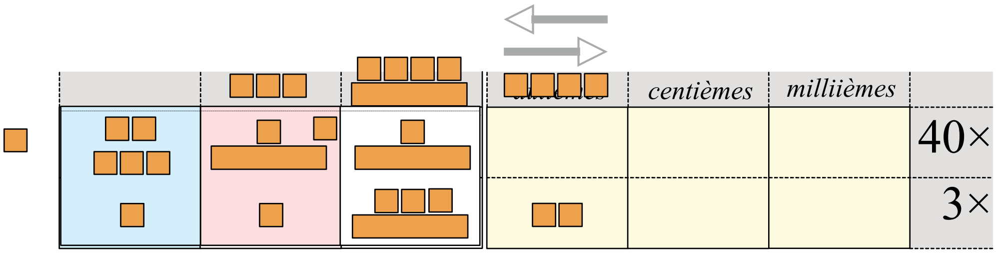


100× 3,94 = 394

La séparation entre unités et dixièmes est simple à repérer dans l'abaque. L'écriture en ligne impose un nouveau signe : la virgule (en France).

2 - Multiplication par un nombre à plusieurs chiffres

Sur l'abaque, elle se réalise de la même façon que pour les nombres entiers.



43× 39,4

Le nombre à multiplier, placé au-dessus, est glissé d'une case à gauche, puis multiplié par 4. Il est ensuite glissé à droite (à sa position initiale) et multiplié par 3.

3 - Technique opératoire

La nouveauté, dans la pose en tableau, consiste à placer une ligne verticale (pointillés verts) pour marquer la colonne des unités sur toutes les lignes.

		3	9,	4	
1	5	7	6	.	40×
	1	1	8	2	3×
1	6	9	4,	2	43×

			9,	6	8	
4	8	4	0	.	.	500×
	1	9	3	6	.	20×
		2	9	0	4	3×
5	0	6	2,	6	4	523×

Les décalages sont toujours repérés par des points. Chaque ligne est placée en valeur réelle, ses unités à la verticale de celles du nombre à multiplier. La taille des nombres ne modifie pas la démarche.

Nombres décimaux et mesures

Qu’on ne s’y trompe pas : ce n’est pas le mètre qui a créé les nombres décimaux, mais les décimaux de Stevin qui ont créé le mètre !

Depuis l’invention de Stevin, une mesure est un nombre (unique) associé à une unité (unique).

Le système décimal se décline comme une gamme pour les mesures usuelles de longueur et masse(kilomètre, hectomètre, décamètre, mètre, décimètre, centimètre, millimètre ; kilogramme, hectogramme, … milligramme).

Mais, en réalité, on n'utilise que kilomètre, mètre, centimètre, millimètre ; kilogramme, gramme, décigramme, milligramme. Et, en plus, on insère souvent l'unité dans le nom oral du nombre. Ce qui fait qu'on ne dit pas « 1,3 km » mais « 1km300 » (faisant référence à 1km & 300m) ou « 2,5 m » mais « 2m50 » ou encore « 1,6 kg » mais « 1kilo 600 ».

Système décimal

Le système décimal complet de mesures n’est pas indispensable. Mieux vaut se référer aux mesures usuelles :

- Longueurs : mm ; cm ; m ; km
- Masses : g ; kg ; mg ; T
- Capacités : ml ; cl ; l
- Aires : mm^2 ; cm^2 ; m^2 ; a

1 - Comparaison de deux unités d’une même grandeur.

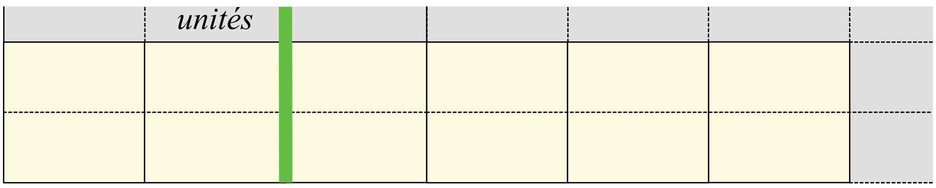
- 1 m = 100 cm 1 km = 1 000 m   1 cm = 10 mm
- 1 kg = 1 000 g   1 g = 1 000 mg   1 T = 1 000 kg
- 1 l = 100 cl   1 cl = 10 ml   1 l = 1 000 ml
- 1 cm^2 = 100 mm^2 1 a = 100 m^2.

2 - Placement sur l’abaque

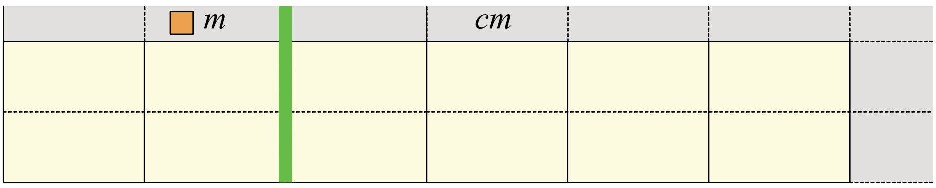
Une mesure d’une grandeur est un couple (nombre décimal-unité) et une même grandeur possède différentes mesures.

Exemple : 1 m = 100 cm

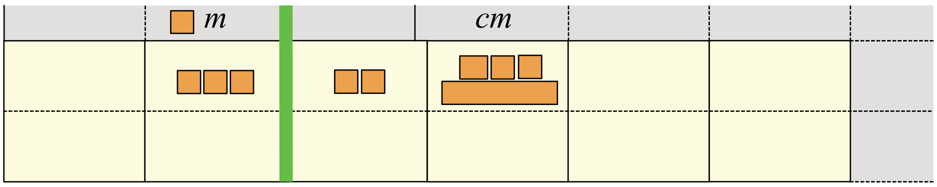
On choisit un abaque formé de deux plaques jaunes pour pouvoir placer librement les unités. Pour marquer la place des unités, on ajoute une barre colorée entre deux cases.



Si l’unité choisie est le mètre, on écrit m et on place un carré “mètre” dans le bandeau. Et la relation ci-dessus donne la place de l’unité cm dans le bandeau.



On peut alors placer une mesure 3 m 28 cm dans l’abaque.



3,28 m

3 - Exercices.

- « Posez chacune des mesures suivantes sur l'abaque. Placez la barre des unités et exprimez chacune par un nombre décimal et une mesure (unique) dans l'unité choisie. »

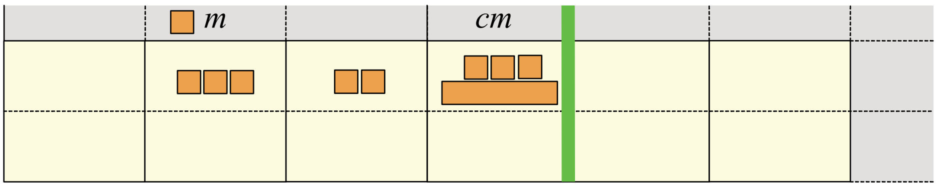
4 m 23 cm ; 35 cm ; 2 m 15 cm ; 2 kg 750 g ; 3 575 g ; 500 g ; 50 g ; 3 T 280 kg ; 7 856 kg ; 6 l 30 cl ; 2 cl 5 ml ; 32 cm^2 76 mm^2 ; 4 a 69 m^2

- « Inversement, décomposez les nombres-mesures suivants en éléments usuels du système métrique. »

2,5 m	34,25 m	0,45 m	6,08 m
1,3 kg	35,75 kg	0,6 kg	0,32 T

Conversions de mesures

1 - Si on veut exprimer la mesure de cette longueur en cm, il suffit de déplacer la barre verte pour que



3,28 m = 328 cm

le cm deviennent l'unité de cette même longueur.

2 - Application

« Placez successivement chacun des couples d'unités : (m ; cm) (km ; m) (cm ; mm) ; (kg ; g) (g ; mg) ; (T ; kg) (l ; cl) (cl ; ml) (l ; ml) ; (cm^2 ; mm^2) (a ; m^2) et composez librement des égalités de mesures entre ces couples, en déplaçant la barre verte. »

3 - Conversions de mesures et multiplication

Dans l'exemple ci-dessus, la même longueur s'exprime dans deux langages différents, liés à deux unités de longueur : m et cm. Ce qui justifie la position fixe des figures et le changement de barre.

Mais on peut aussi interpréter l'égalité : 1 m = 100 cm comme : m = 100× cm.

Et l'écriture : 3,28 m = 3,28× 100× cm = 100× 3,28× cm = 328 cm.

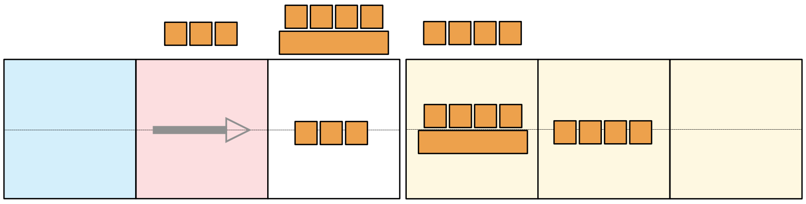
Multiplication des nombres décimaux par un décimal

Cette partie ne fait pas partie du programme de l'école primaire et concerne la classe de 6ème.

1 - Dixième et centième d'un nombre décimal

La multiplication par 10 (par 100) se traduit par un glissement d'une case (de deux cases) à gauche des figures d'un nombre. Le passage au dixième (au centième) est l'opération inverse, donc correspond à un glissement d'une case (de deux cases) à droite du nombre.

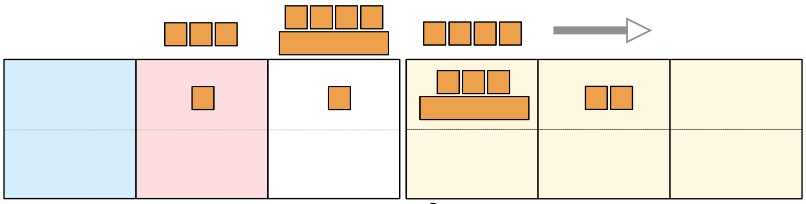
$\frac{1}{10}$ est un carré de la première case jaune et s'écrit 0,1. Le seul sens qu'on peut donner à $0{,}1\times n$ est $\frac{1}{10}\times n$.



$0{,}1\times 39{,}4 = \frac{1}{10}\times 39{,}4$

2 - Produit d'un nombre par un décimal

L'exemple suivant montre que pour le multiplier par 0,3, le nombre exposé est glissé d'une case à droite, puis multiplié par 3.

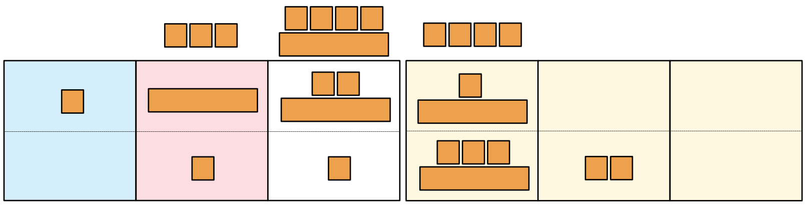


0,3×

$0{,}3\times 39{,}4 = \frac{3}{10}\times 39{,}4$

Et, comme pour un multiplicateur entier, on décompose le multiplicateur décimal selon ses composantes numérales.

3 - Passage au tableau de nombres



4×

0,3×

$4{,}3\times 39{,}4$

La seule nouveauté consiste à placer le nombre à multiplier en laissant à la droite de son dernier chiffre <u>autant de cases que le multiplicateur demande de décalages à droite</u>. La barre (verte) de séparation des cases blanche et jaunes est toujours présente. Les places nécessaires aux décalages à droite sont figurées par des points sur le nombre exposé, à la droite de son dernier chiffre.

	3	9,	4	.	
1	5	7	6		4×
	1	1	8	2	0,3×
1	6	9,	4	2	4,3×

	9,	6	8	.	.	
4	8	4	0			5×
	1	9	3	6		0,2×
		2	9	0	4	0,03×
5	0,	6	2,	6	4	5,23×