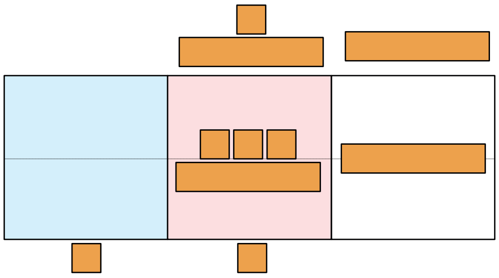
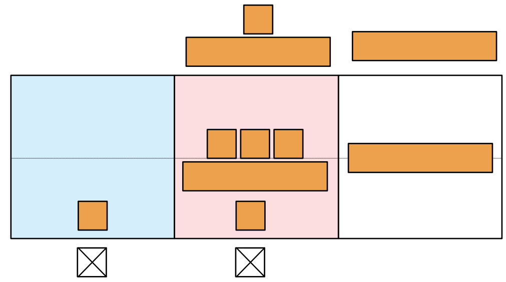
Techniques de multiplication associées aux manipulations de l'abaque en couleurs

1 - Multiplier par un nombre inférieur à 10

3× 65



3×



3×

On place le nombre à multiplier : 65 au-dessus de l’abaque. Mais le multiplicateur : 3× n’apparaît pas. Pour lui donner une place, on peut l’écrire sur une feuille, sur le côté droit de l’abaque. Les cases de l'abaque permettent de réaliser le calcul, en connaissant les tables de multiplication.

$$3\times 65 = 3\times 5 + 3\times 60$$

L'ordre, plus naturel, de la lecture ne permet pas l'intégration des retenues.

Dans la procédure de gauche, les retenues sont posées sous l'abaque et sont intégrées à la fin ; dans celle de droite, chaque retenue est intégrée aux unités de l'ordre suivant, au cours du calcul.

Pour traduire ces actions en tableaux de chiffres, je propose de dessiner l'angle supérieur droit de l'abaque par deux traits à angle droit. Le nombre à multiplier est placé au-dessus, le multiplicateur, à droite. Chaque produit partiel se place sur deux cases, ses dizaines - la retenue - placée sous la ligne, en caractères plus petits.

À gauche, les retenues sont isolées, puis intégrées à la fin par une barre d'addition. À droite, elles sont écrites dans un premier temps et barrées au fur et à mesure qu'on les ajoute aux unités du produit partiel suivant. Dans la phase ultime, elles ne sont plus écrites, mais “retenues en mémoire” avant d'être intégrées.

Cette gymnastique intellectuelle sera d'un grand avantage pour la pose en tableau lorsque le multiplicateur aura deux chiffres.

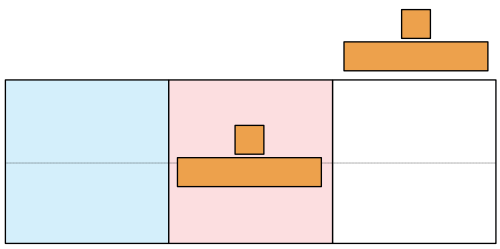
$$\begin{array}{ccc|l} & 6 & 5 & \\ \hline & 8 & 5 & 3\times \\ {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|l} & 6 & 5 & \\ \hline 1 & 9 & 5 & 3\times \\ \cancel{\scriptstyle 1} & \cancel{\scriptstyle 1} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|l} & 6 & 5 & \\ \hline & 8 & 5 & 3\times \\ {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\ \hline 1 & 9 & 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|l} & 6 & 5 & \\ \hline 1 & 9 & 5 & 3\times \end{array}$$

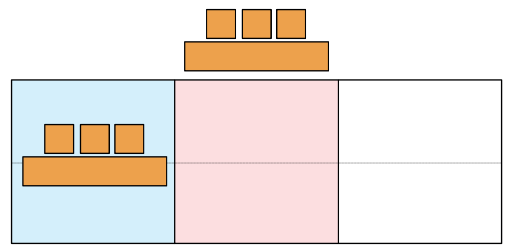
2 - Multiplier par 10

1 - La table de multiplication présente une particularité importante :
10× 2 = 20   10×3 = 30   10× 4 = 40   10× 5 = 50   10× 6 = 60   10× 7 = 70   10× 8 = 80   10× 9 = 90

Si on procède comme pour les multiplicateurs à un chiffre sur l'abaque, on découvre que chaque nombre à un chiffre, multiplié par 10, se trouve décalé sur la case rose. Et que chaque nombre posé sur la case rose, multiplié par 10, se trouve décalé sur la case bleue.

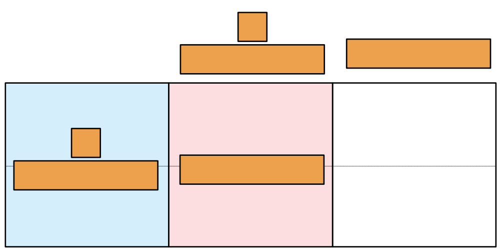


10×

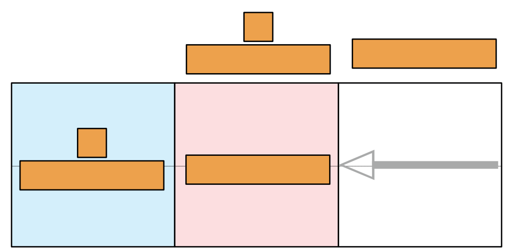


10×

En conséquence, tout nombre dont la représentation occupe ces deux cases, multiplié par 10, aura la même représentation, décalée sur les cases rose et bleue.



10×



10×

10× 65

Cette prise de conscience est essentielle. Ce n'est pas un effet du hasard, mais la justification de la présentation des nombres sur l'abaque. Et, bien sûr, cela se poursuivra de même, lorsque la case bleue portera des pièces.

2 - La présentation en tableau est inchangée. Seule variante : le “zéro” créé par le décalage, (d'origine différente de celui de 30 dans 5× 6) peut aussi être figuré par un point, qui est un autre “zéro”, mais engendré par le glissement des figures.

	6	5	
6	5	0	10×

	6	5	
6	5	.	10×

Inutile de faire un calcul pour effectuer 10× : il suffit de glisser d'une case à gauche les figures du nombre.

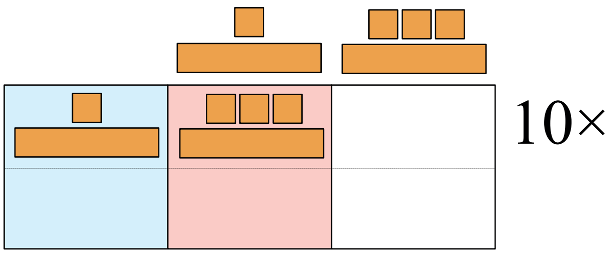
Ce décalage peut, au premier abord, paraître un artifice anodin. En réalité, c’est lui qui crée une numération de position et qui sera l’artisan des grandes inventions numériques de la Renaissance, parmi lesquelles, les techniques opératoires, toujours d’actualité et les nombres décimaux vont engendrer les nombres réels et la grande aventure de l’analyse mathématique qui maîtrisera les infiniment petits.

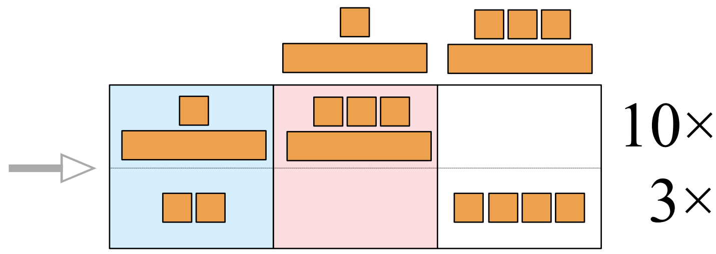
3 - Multiplier par un nombre entre 10 et 20

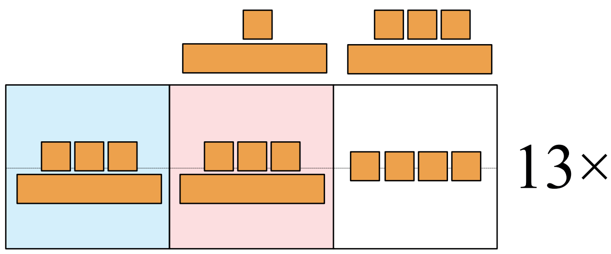
1 - Pour montrer 13× 68, un élève montre ses dix doigts en disant « dix fois 68 », referme ses mains et déplie trois doigts en disant, pour chacun, « 68 » .

$$13\times 68 = 10\times 68 + 3\times 68 = 3\times 68 + 10\times 68$$

2 - Pour poser : 13× 68 sur l'abaque, on place, comme précédemment, le nombre à multiplier (68) au-dessus des cases. On effectue 10× 68 en haut sur l'abaque ; puis 3× 68 en bas sur l'abaque et on effectue les réductions.







3 - On peut aménager la mise en tableau de la multiplication par un nombre compris entre 10 et 20.

Comme sur l'abaque, l'action se décompose en deux temps qui produiront deux lignes dans la partie "addition" du tableau. (Les "retenues" sont posées mais, comme à la page 54, on cherchera à les intégrer aux produits partiels.)

Si on veut poser toutes les "retenues" (pour n'avoir pas à les retenir !) pour un multiplicateur compris entre 10 et 20 : $(10 + n)\times$, il faut donner à chacune sa place.

- Les "retenues" de la multiplication par *n* sont placées au-dessous de cette ligne "$n\times$".

- Les "retenues" de l'addition finale, si besoin, sont placées au-dessus de la ligne "$n\times$".

	6	8	
1			
6	8	.	10×
1	8	4	3×
	2		
8	8	4	13×

	6	8	
6	8	.	10×
2	0	4	3×
	~~2~~		
8	8	4	13×

	6	8	
6	8	.	10×
2	0	4	3×
8	8	4	13×

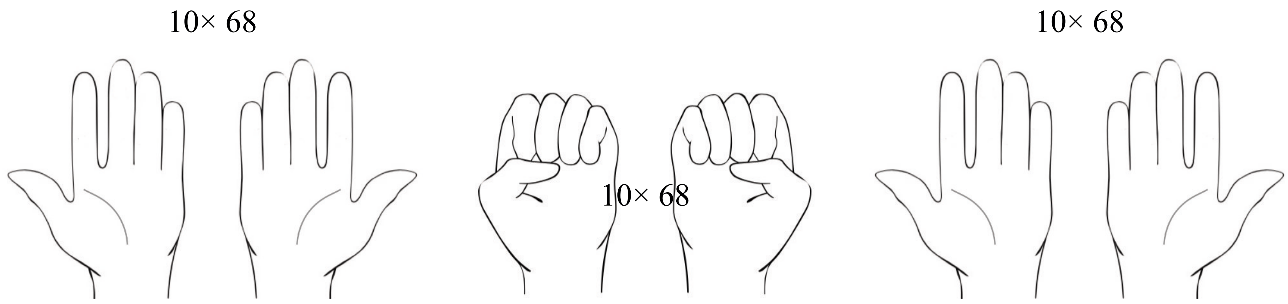
Placer les "retenues" de multiplication au-dessous du produit partiel, comme sur l'abaque où elles sont placées au-dessous, garde la place des retenues de l'addition en haut, plus habituelle. L'intégration des "retenues" au fur et à mesure, en les barrant sera facilitée, les dizaines étant juste au-dessous des unités suivantes.

Je marquerai toujours par un point le décalage de 10× qui est en fait un zéro. Lorsque le premier produit de la seconde ligne est multiple de dix (comme dans 15× 68), on évite une confusion.

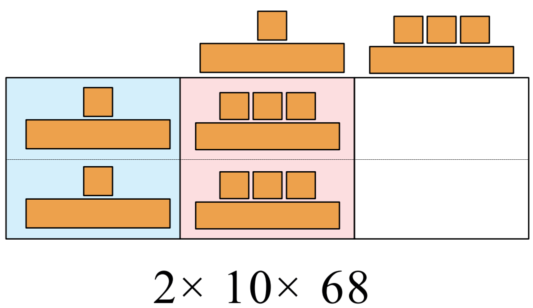
4 - Multiplier par 10, 20, 30, …, 90

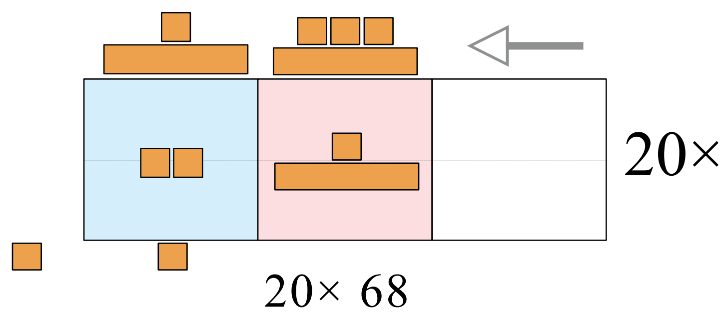
1 - « Comment effectuer 20× 68 ? » Pour montrer vingt exemplaires de « 68 » sur ses doigts, il faut montrer 10× 68, refermer les mains et montrer à nouveau 10× 68.

$$20\times 68 = 10\times 68 + 10\times 68 = 2\times (10\times 68)$$

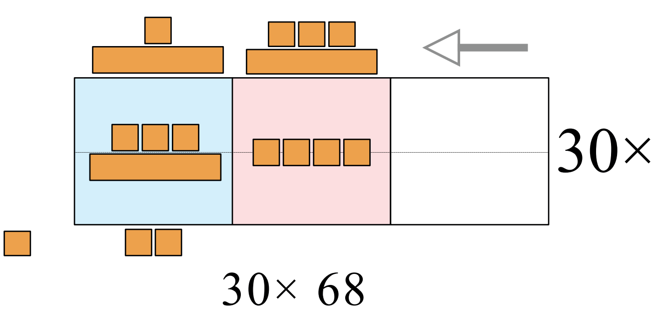


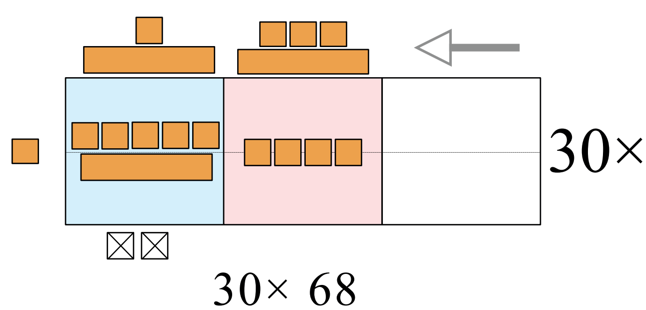
Lorsqu'on a compris comment poser 10× 68 par décalage, il suffit de doubler ce résultat. Ce qui se fait simplement, en décalant d'une case, le nombre placé au-dessus de l'abaque, puis de doubler le nombre obtenu.

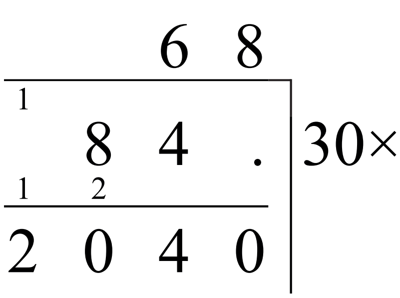


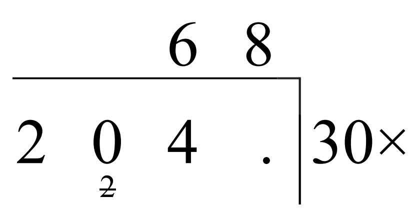


2 - « Effectuez de même : 30× 68 ; 50× 49 ; 80× 36...





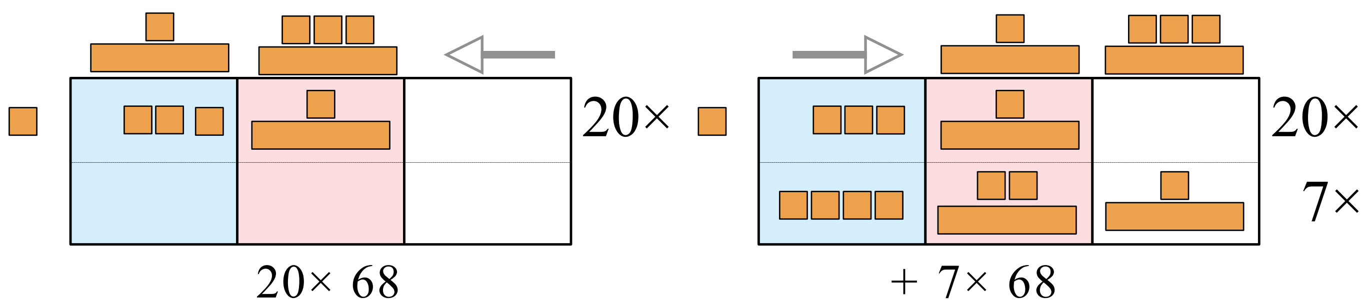


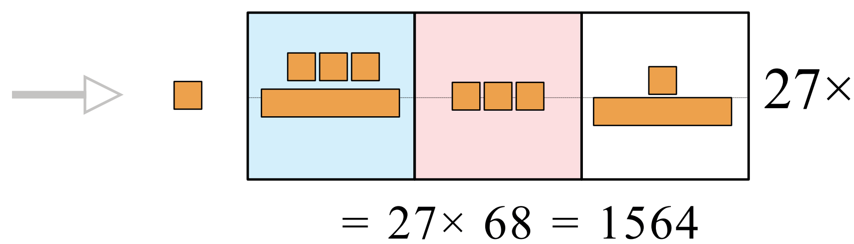


5 - Multiplier par un nombre à deux chiffres

1 - « Comment effectuer 27× 68 ? »

27× 68 = 20× 68 + 7× 68





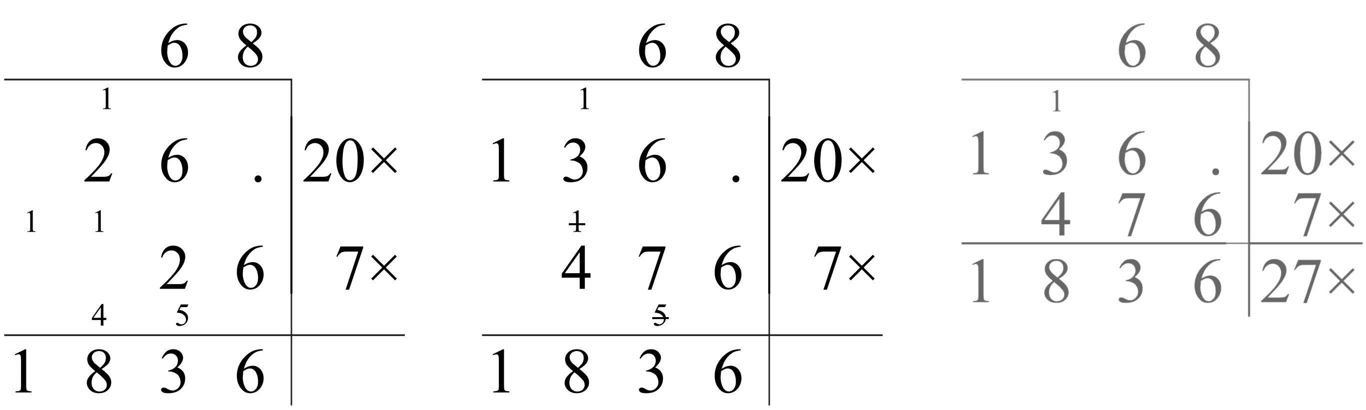
On procède toujours de la même manière : nombre à multiplier au-dessus de l’abaque.

- On le multiplie d’abord par 20 en le décalant d’une case à gauche au-dessus de l’abaque, puis en multipliant ce nombre par 2 ; résultat placé en haut sur l’abaque.

- On décale à droite le nombre à multiplier, ce qui le ramène à sa position de départ. On peut multiplier ce nombre par 7 et on place le résultat en bas sur l'abaque.

- On fait la somme.

Le passage à la technique écrite se fait aux différentes étapes de cette construction, mais arrivé à ce point, chacun peut comprendre pourquoi on multiplie le nombre successivement par chaque chiffre du multiplicateur, en décalant les résultats de gauche à droite, avant d’en faire la somme.



On peut traduire le décalage des pièces par un “zéro”, mais je préfère le point qui le distingue d ’un “zéro” intégré au produit partiel (comme dans 25× 68).

La pose des retenues est toujours possible, mais complique le tableau et risque d'introduire des erreurs. C'est pourquoi il est important de les faire intégrer lorsque le multiplicateur est inférieur à 10.

On peut procéder comme dans la technique standard en partant des unités du multiplicateur, mais il est plus naturel de décomposer 27× n en : 20× n + 7× n qu'en : 7× n + 20× n.

6 - Multiplier par 100, 200, 300, …

1 - L'abaque permet, lorsqu'on en aura le besoin, de figurer des nombres aussi grands qu'on le veut, en plaçant une deuxième, puis une troisième, quatrième, … plaque d'abaque à gauche de la première.

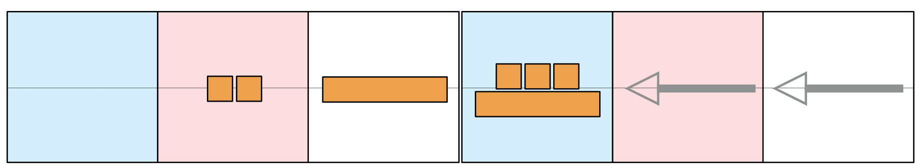
Cela ne change rien à la pratique de l'abaque : seule la taille des nombres a changé.

$$\begin{array}{r|l} 7\ 2\ 6\ 5 & \\ \hline 2\ 1\ 7\ 9\ 5 & 3\times \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 7\ 2\ 6\ 5 & \\ \hline 7\ 2\ 6\ 5\ . & 10\times \end{array}$$

2 - Cette grande plage sur laquelle se posent les figures du nombre nous offre une nouvelle ouverture. Pour représenter le nombre 100 sur les doigts, il faut dix enfants montrant leurs dix doigts.

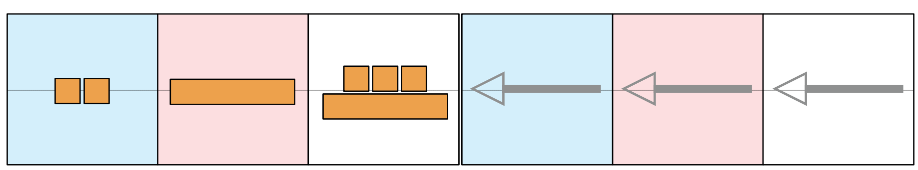
Et si chaque doigt compte un nombre n, les enfants montrent $100\times n$. Chacun d'eux montre $10\times n$ et l'ensemble : $10\times 10\times n$.

$100\times n = 10\times 10\times n$



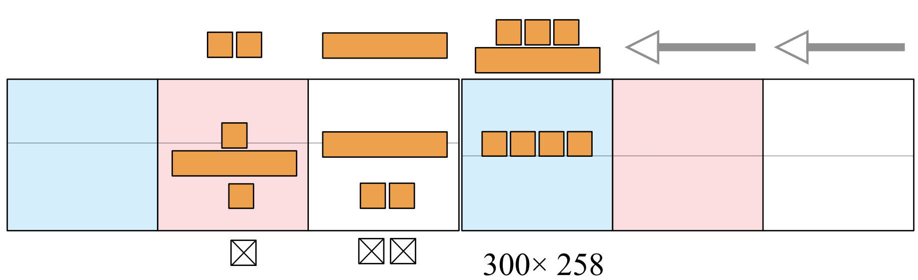
100×258

Et de même : $1\ 000\times n = 10\times 100\times n = 10\times 10\times 10\times n$



$1\ 000\times 258$

3 - « Et 300×258 ? » $300\times 258 = 3\times 100\times 258$



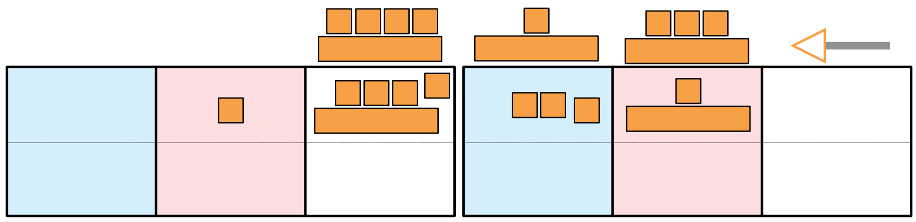
300×258

Comme précédemment, le nombre à multiplier sera décalé de deux cases, puis multiplié par 3.

$$\begin{array}{r|l} 2\ 5\ 8 & \\ \hline 6\ 5\ 4\ .\ . & 300\times \\ {}_1\ \ {}_2 & \\ \hline 7\ 7\ 4\ 0\ 0 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 2\ 5\ 8 & \\ \hline 7\ 7\ 4\ .\ . & 300\times \\ \cancel{1}\ \cancel{2} & \end{array}$$

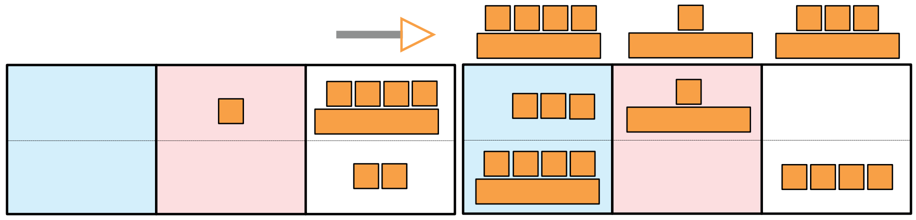
7 - Grands nombres et multiplication

1 - La taille du nombre à multiplier ne change pas la manipulation des pièces.



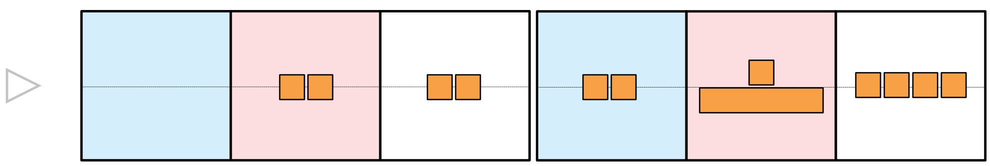
20×

20× 968



20×
3×

+ 3× 968



23×

= 23× 968

Deux façons possibles pour présenter cette multiplication en tableau, celle de gauche étant plus naturelle.

$$\begin{array}{ccccc|r}
 & & 9 & 6 & 8 & \\
\hline
1 & 9 & 3 & 6 & . & 20\times \\
 & 2 & 9 & 0 & 4 & 3\times \\
\hline
2 & 2 & 2 & 6 & 4 & 23\times
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccccc|r}
 & & 9 & 6 & 8 & \\
\hline
 & 2 & 9 & 0 & 4 & 3\times \\
1 & 9 & 3 & 6 & . & 20\times \\
\hline
2 & 2 & 2 & 6 & 4 & 23\times
\end{array}$$

2 - Qu'en est-il de la disposition traditionnelle ? Le programme officiel demande l'enseignement d'une technique opératoire. La disposition en tableau est claire et ne sera jamais mise en défaut, que l'on travaille sur des nombres entiers ou décimaux. La disposition traditionnelle n'est qu'un aménagement spatial du tableau, mais certains se sentent obligés de la présenter par souci de compatibilité avec les autres classes.

Les lignes 3× 968 et 20× 968 ainsi que leur somme sont mises en relief par les lignes rouges.

$$\begin{array}{cccc}
 & 9 & 6 & 8 \\
 & & 2 & 3\times \\
\hline
2 & 9 & 0 & 4
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccccc}
 & & 9 & 6 & 8 \\
 & & & 2 & 3\times \\
\hline
 & 2 & 9 & 0 & 4 \\
1 & 9 & 3 & 6 & .
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccccc}
 & & 9 & 6 & 8 \\
 & & & 2 & 3\times \\
\hline
 & 2 & 9 & 0 & 4 \\
1 & 9 & 3 & 6 & . \\
\hline
2 & 2 & 2 & 6 & 4
\end{array}$$

3 - Et si le multiplicateur est plus grand ?

L'abaque possède deux lignes de travail et une ligne de présentation au-dessus. Il est inutile de chercher à ajouter des lignes : son rôle est de mettre en évidence des fonctionnements. Si celui-ci est compris avec deux lignes, un tableau de chiffres prolonge cette prise de conscience à un nombre quelconque de lignes.

Voici 523× 968 en tableau et dans la présentation traditionnelle.

$$\begin{array}{cccccc|r}
 & & & 9 & 6 & 8 & \\
\hline
4 & 8 & 4 & 0 & . & . & 500\times \\
 & 1 & 9 & 3 & 6 & . & 20\times \\
 & & 2 & 9 & 0 & 4 & 3\times \\
\hline
5 & 0 & 6 & 2 & 6 & 4 & 523\times
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccl}
 & & & 9 & 6 & 8 & \\
 & & & 5 & 2 & 3 & \times \\
\cline{1-6}
 & & 2 & 9 & 0 & 4 & \\
 & 1 & 9 & 3 & 6 & . & \\
4 & 8 & 4 & 0 & . & . & \\
\cline{1-6}
5 & 0 & 6 & 2 & 6 & 4 &
\end{array}$$

8 - Doubler

1	4	1×
2	8	2×
5	6	4×

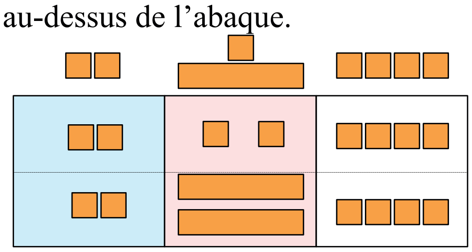
1 - En construisant un tableau de deux doubles successifs de 14, on peut lire d'autres produits de 14 par des nombres à deux chiffres.

$20\times 14 = 280$ $\quad 80\times 14 = 560 + 560$ $\quad 50\times 14 = 560 + 140$

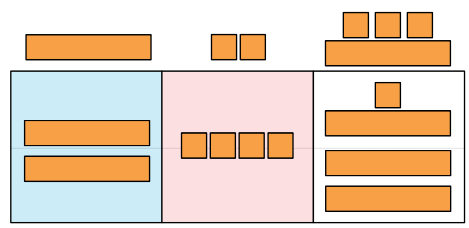
$24\times 14 = 280 + 56$ $\quad 41\times 14 = 560 + 14$ $\quad 63\times 14 = 560 + 280 + 28 + 14$

La simplicité de la multiplication par 10, grâce au décalage, permet de compléter la pratique de la duplication qui devient une technique de multiplication sans recours à la table de Pythagore. Cela se paie par quelques additions supplémentaires !

2 - Nous savons doubler directement un nombre sur l'abaque, sans le reproduire deux fois, mais en le plaçant au-dessus de l'abaque.



2× 264



2× 2× 264

3 - On peut traduire en tableau cette action et intégrer les retenues en partant de la droite. Voici par exemple : 2× 264

2	6	4
4	2	8
1		

2	6	4
5	2	8

4 - En retournant cette action, on voit comment prendre la moitié d'un nombre pair.

On place le nombre (ici 528) dans l'abaque. Les ordres du nombre sont partagés successivement en deux à partir de la gauche, laissant un "dix" de l'ordre suivant lorsqu'ils sont impairs. La moitié se trouve au-dessus.

2	6	4
5	2	8
~~1~~	10	

2	6	4
5	2	8

1	9	8
3	9	6
~~1~~	10	10

1	9	8
3	9	6

- Autre exemple : moitié de 396

5 - La combinaison de la multiplication par 10 et du partage en deux a une conséquence importante pour la multiplication par 5.

$$5\times n = \frac{1}{2}\times 10\times n$$

Ce qui permet de calculer simplement $5\times n$, très utile dans les tableaux de multiplication et en calcul mental.

Par exemple : $5\times 47 = \frac{1}{2}\times 470 = 235$

9 - Comment multiplier sans utiliser la table

Les scribes égyptiens, il y a 3 000 ans, utilisaient une technique de multiplication sans table de multiplication, mais qui combinait habilement doubles et addition.

1 - On peut toujours suivre une démarche semblable et calculer tout produit de deux nombres entiers en sachant faire des additions et multiplier par 10. Voici une proposition, traitée sur un exemple, mais qui est générale.

Soit à calculer 67× 243.

On établit un tableau des cinq premiers multiples de 243.

2 4 3	1×
4 8 6	2×
7 2 9	3×
9 7 2	4×
1 2 1 5	5×

On peut lire beaucoup d'autres produits dans ce tableau. Par exemple :

10× 243 = 2 430

20× 243 = 4 860

40× 243 = 9 720

12× 243 = 2 430 + 486

7× 243 = 1 215 + 486

60× 243 = 9 720 + 4 860 = 12 150 + 2 430

67 = 50 + 10 + 5 + 2

67× 243 = 12 150 + 2 430 + 1 215 + 486

1215.	50×
243.	10×
1215	5×
486	2×
16281	67×

2 - Atteindre un nombre avec des multiples d'un autre, ou s'en approcher.

Par exemple, comment s'approcher de 3 867 avec des multiples de 243 ?

Par lecture d'un tableau de multiples : 2 430 = 10× 243

Pour s'approcher davantage : 3 867 - 2 430 = 1 437

Et : 1 215 = 5× 243

15× 243 = 2 430 + 1 215 = 3 645 paraît un bon candidat.

10 - Division euclidienne

14	1×
28	2×
42	3×
56	4×
70	5×

La division (euclidienne) n'est pas, à proprement parler, une opération. Elle n'agit pas sur deux nombres pour en fabriquer un troisième, comme c'était le cas pour l'addition, la soustraction et la multiplication. Elle range un nombre entre les multiples d'un autre et, de ce fait, l'action qu'elle implique fournit deux nombres : le quotient et le reste.

1 - Exemple 1 : « Un livre coûte 14 € et la coopérative dispose de 340 €. Trouvez combien de livres la classe peut acheter. »

Un livre coûte 14 €

10 livres coûtent 140 €.

Pour chaque achat, la somme est déduite du compte, à gauche et le nombre de livres achetés en regard, à droite.

On fait le compte de tous les livres achetés en bas à droite. Et le solde du compte en regard, à gauche :

24 livres à 14 €

Il reste 4 € dans la caisse.

Vérification : 24× 14 = 336

340 - 336 = 4

Ou : 24× 14 + 4 = 440.

340	14
-140	10×
200	
-140	10×
60	
-14	1×
46	
-14	1×
32	
-14	1×
18	
-14	1×
4	24×

2 - A l'aide d'un tableau de multiples de 14, l'algorithme est beaucoup plus concis.

10× 14 = 140   20× 14 = 280   340 – 280 = 60

4× 14 = 56   60 - 56 = 4

La suite de calculs précédents s'interprète ainsi :

- on achète 20 livres et on dépense 280 €. Il nous reste 60 €
- on achète 4 livres et on dépense 56 €. Il nous reste 4 €.

On peut disposer ce déroulement comme ci-contre.

340	14
-280	20×
60	
-56	4×
4	24×

La soustraction répétée des nombres 140 et 14 est allégée grâce aux tableaux des cinq premiers produits.

3 - Exemple 2 : Ranger 48 513 objets par paquets de 164.

Avec le tableau des premiers multiples de 164, et leurs produits par 10, 100,…, le plus grand multiple de 164 directement lisible est 32 800. Il est mis de côté, donc soustrait du tas à ranger,

$$\begin{array}{r|r} 164 & 1\times \\ 328 & 2\times \\ 492 & 3\times \\ 656 & 4\times \\ 820 & 5\times \end{array}$$

200× 164 = 32 800

48 513 – 32 800 = 15713

Et on continue de la même manière :

50× 164 = 8 200

15 713 – 8 200 = 7 513

40× 164 = 6 560

7 513 – 6 560 = 953

5× 164 = 820

953 – 820 = 133

En récapitulant, on a fait :

200 + 50 + 40 + 5 = 295 paquets de 164.

48 513 - 133 = (200 + 50 + 40 +5)× 164 = 295× 164

- On peut disposer ce déroulement comme ci-contre et résumer l ’action, en observant les deux lignes extrêmes :

$$48\,513 - 133 = 295\times 164$$

$$\begin{array}{r|r} 48513 & \underline{164} \\ -\ 32800 & 200\times \\ 15713 & \\ -\ 8200 & 50\times \\ 7513 & \\ -\ 6560 & 40\times \\ 953 & \\ -\ \underline{820} & \underline{5\times} \\ 133 & 295\times \end{array}$$

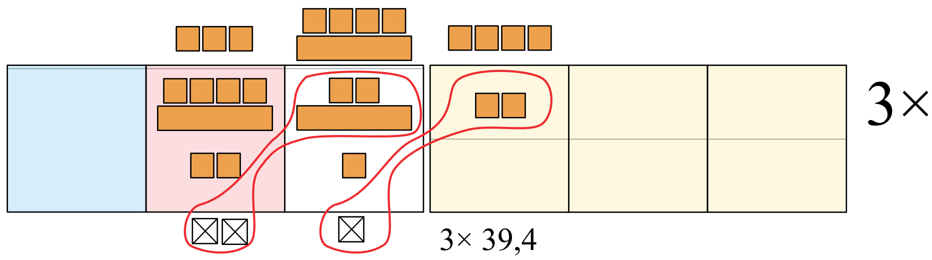
Chacun reconnaît la disposition technique de la division utilisée en France. Elle peut être comprise et utilisée, même si, comme dans l’exemple ci-contre, elle utilise plus de lignes. En revanche, il suffit de savoir doubler, ajouter, multiplier par 10, 100, … et soustraire.

L’apprentissage sous la forme traditionnelle demande un effort et un temps qui me paraissent obsolètes aujourd’hui et que les élèves s’empresseront d’oublier pour sortir une calculatrice, à portée de tous, qui leur donne instantanément les résultats.

11 - Multiplication des nombres décimaux par un entier

1 - Multiplication par un nombre inférieur à 10

- Poser 3× 39,4 sur l’abaque, de la même façon que pour les nombres entiers.

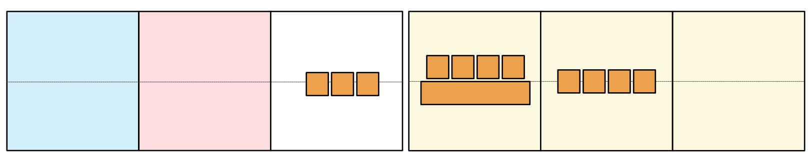


3× 39,4

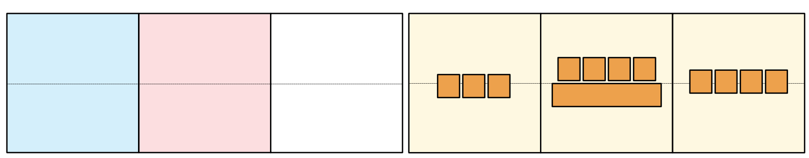
2 - Multiplication par 10, 100, …

Quelle que soit la case de l'abaque, dix fois une figure portée revient à la glisser sur sa case de gauche. Donc dix fois un nombre quelconque revient à glisser le train de ses figures d'une case à gauche.

Rien n'est changé dans le fonctionnement par rapport aux nombres entiers, mais la forme de l'écriture est nouvelle.



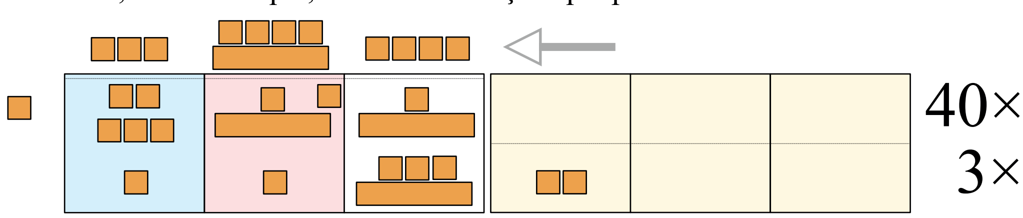
10× 3,94 = 39,4 100× 3,94 = 394



10× 0,394 = 3,94 100× 0,394 = 39,4

3 - Multiplication par un nombre à plusieurs chiffres

- Poser 43× 39,4 sur l’abaque, de la même façon que pour les nombres entiers.



43× 39,4

4 - Technique opératoire

3 9, 4	
1 5 7 6 .	40×
1 1 8 2	3×
1 6 9 4, 2	43×

9, 6 8	
4 8 4 0 . .	500×
1 9 3 6 .	20×
2 9 0 4	3×
5 0 6 2, 6 4	523×

Le passage à la technique opératoire est simple dans le tableau. La séparation entre les cases blanche et jaunes est marquée par une barre verticale (pointillés verts). Les décalages sont toujours repérés par des points. La taille des nombres ne modifie pas la démarche.

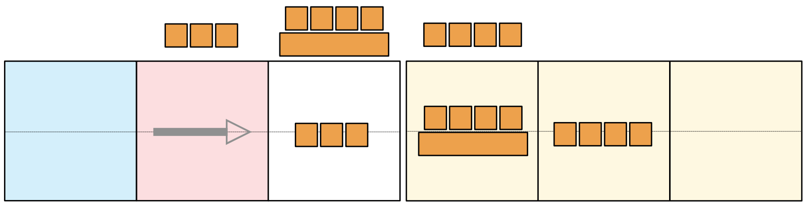
12 - Multiplication des nombres décimaux par un décimal

Cette partie ne fait pas partie du programme de l'école primaire et concerne la classe de 6ème.

1 - Dixième et centième d'un nombre décimal

La multiplication par 10 (par 100) se traduit par un glissement d'une case (de deux cases) à gauche des figures d'un nombre. Le passage au dixième (au centième) est l'opération inverse, donc correspond à un glissement d'une case (de deux cases) à droite du nombre.

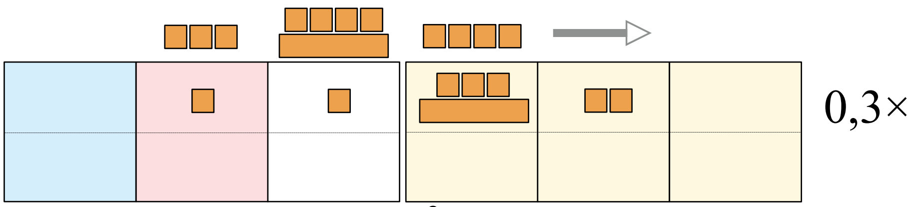
$\frac{1}{10}$ est un carré de la première case jaune et s'écrit 0,1. Le seul sens qu'on peut donner à $0{,}1\times n$ est $\frac{1}{10}\times n$.



$0{,}1\times 39{,}4 = \frac{1}{10}\times 39{,}4$

2 - Produit d'un nombre par un décimal

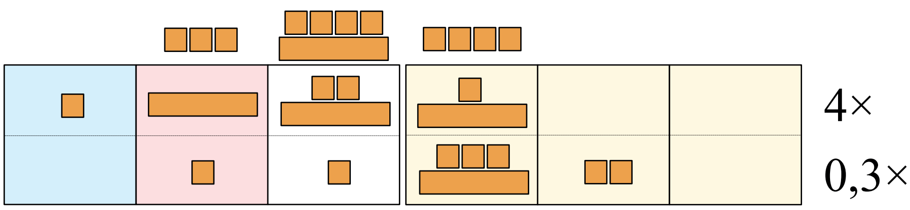
L'exemple suivant montre que pour le multiplier par 0,3, le nombre exposé est glissé d'une case à droite, puis multiplié par 3.



$0{,}3\times 39{,}4 = \frac{3}{10}\times 39{,}4$

Et, comme pour un multiplicateur entier, on décompose le multiplicateur décimal selon ses composantes numérales.

3 - Passage au tableau de nombres



$4{,}3\times 39{,}4$

La seule nouveauté consiste à placer le nombre à multiplier en laissant à la droite de son dernier chiffre autant de cases que le multiplicateur demande de décalages à droite. La barre (verte) de séparation des cases blanche et jaunes est toujours présente. Les places nécessaires aux décalages à droite sont figurées par des points sur le nombre exposé, à la droite de son dernier chiffre.

$$\begin{array}{ccc:cc|l}
 & 3 & 9, & 4 & . & \\
\hline
1 & 5 & 7 & 6 & & 4\times \\
 & 1 & 1 & 8 & 2 & 0{,}3\times \\
\hline
1 & 6 & 9, & 4 & 2 & 4{,}3\times
\end{array}$$

$$\begin{array}{cc:cccc|l}
 & 9, & 6 & 8 & . & . & \\
\hline
4 & 8 & 4 & 0 & & & 5\times \\
 & 1 & 9 & 3 & 6 & & 0{,}2\times \\
 & & 2 & 9 & 0 & 4 & 0{,}03\times \\
\hline
5 & 0, & 6 & 2, & 6 & 4 & 5{,}23\times
\end{array}$$

13 - Division des nombres décimaux

1 - Exemple : « Combien peut-on acheter de livres à 27,60 € avec une somme de 821,30 € ? »

Les produits sont lus dans le tableau des multiples de 14,9. Les décalages de multiplication par 10 et 100 se font comme pour les entiers, à condition de maîtriser le passage de la virgule.

27,6	1×
55,2	2×
82,8	3×
110,4	4×
138,0	5×

Ce n'est pas le fait que le diviseur soit un nombre décimal qui crée une réelle difficulté. Si le rapport entre dividende et diviseur est grand, il y aura beaucoup de soustractions. Seuls les produits du tableau de multiples sont utiles et les quotients partiels sont en valeur réelle, comptabilisés en fin de processus.

821,3	27,6
- 552	20 ×
269,3	
- 138	5 ×
131,3	
- 110,4	4 ×
20,9	29 ×

$$821{,}3 - 20{,}9 = 29\times\ 27{,}6$$

Les produits soustraits successivement sont toujours "en valeur réelle" avec leur virgule. Et les soustractions sont apparentes, car correspondent aux produits partiels affichés à droite.

2 - En donnant un sens à 0,1×, on peut prolonger cet algorithme pour obtenir un quotient décimal. Mais ceci n'est pas au programme de C.M. et relève du Collège.

7	1×
14	2×
21	3×
28	4×
35	5×

3	7
- 2,1	0,3 ×
0,9	
- 0,7	0,1 ×
0,2	
- 0,14	0,02×
0,06	0,42×