Abaque et cartes de fantômes

L’expérimentation relatée dans le livre « Un pour dix, dix pour un ! » est basée sur un matériel peu onéreux et facilement constructible.

1 - Cubes et barres ; carrés et rectangles

- Les carrés et rectangles de l’expérimentation ont été découpés dans des plaques de medium (mdf) de 10 mm d’épaisseur qu’on trouve dans tous les magasins de bricolage.

  Les plaques ont été peintes en noir sur une face (avant la découpe).

  Les carrés mesurent 16 x 16 mm et les rectangles 16 x 80 mm.

  Chaque élève dispose d’un sac contenant 10 rectangles et 25 carrés.

  Nous disposons de 400 à 500 sacs qui peuvent être commandés en s'adressant à :

  b.bettinelli1@gmail.com

- La diffusion de ce matériel nous ayant posé problème, j’ai demandé à « Tout pour le jeu » de mettre à son catalogue des cubes et barres adaptées. Le matériel formé de 25 cubes de 10 mm d'arête et de 10 barres de 10x10x50 mm est aujourd’hui disponible sur leur site, sous la référence AD3929. Cette solution, facile à diffuser et peu onéreuse, est celle que nous proposerons à l'avenir avec une adaptation des plaques d’abaque et la constitution d’un jeu de cartes présentés en annexe de ce document.

Si on dispose de réglettes Cuisenaire (car on ne va pas acheter une boîte pour n'en utiliser qu'une petite partie), on peut en extraire les réglettes blanches et jaunes.

2 - Abaque en couleurs

Les plaques d’abaque ont été photocopiées recto-verso selon le modèle des pages 14-15 pour les carrés de 16 mm de côté et pages 16-17 pour les carrés de 10 mm, puis plastifiées et partagées en deux.

- Au cycle 2, seul le recto est utile. Une plaque par élève.

- Au cycle 3, recto-verso indispensable. Deux plaques par élève.

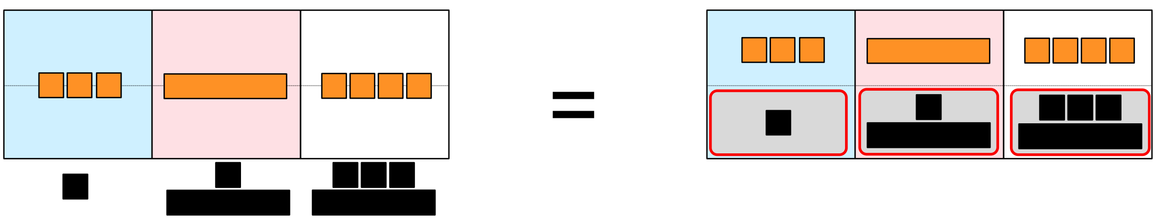
Les plaques des pages 16-17 ont en plus un bandeau gris en haut et à droite qui seront très utiles en particulier pour la multiplication, mais qu’on pourra supprimer éventuellement au départ.

3 - Cartes de fantômes

La face noire des carrés et rectangles de l’expérimentation a servi à stocker d’avance sous l’abaque le nombre à retrancher de celui qui est posé sur l’abaque (voir les « fantômes » pages 43 à 46 du livre). On peut ainsi faire les échanges nécessaires en visualisant le but fixé.

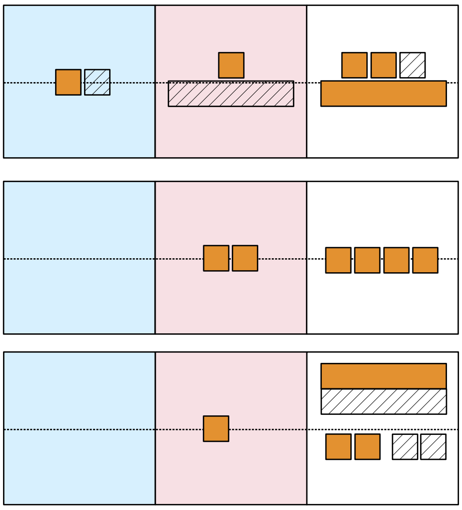
Avec les matériels de remplacement présentés ci-dessus, à base de cubes, cette face noire n’existe pas et on doit recourir à un artifice qui ne réduira en rien l’efficacité des « fantômes » : les cartes des pages 18-19 pour les cubes de 10 mm d ’arête et 20-21 pour les carrés de 16 mm de côté.

Ces cartes constitueront la solution finale, même avec des pièces de grande taille, se plaçant sous l'abaque, permettant de placer plus facilement les fantômes sous chaque case.



La pagination étonnante des pages suivantes est due à une proposition de modification des pages du livre, avec les cartes de fantômes.

Soustraction au cycle 2



Situation 1 (collective)

1 - Du nombre 268, retirer 151 est facile :

(On peut prendre les pièces du nombre à retirer).

2 - Mais, bien que les nombres soient beaucoup plus petits, retirer 7 de 24, l'est beaucoup moins :

On est contraint de recourir à une décomposition d'un « dix » en deux « cinq ».

Cette fois l'action est possible. Mais ce recours à la décomposition n'est pas facile. Et dans certains cas, il faudra recourir à deux ou plusieurs décompositions successives.

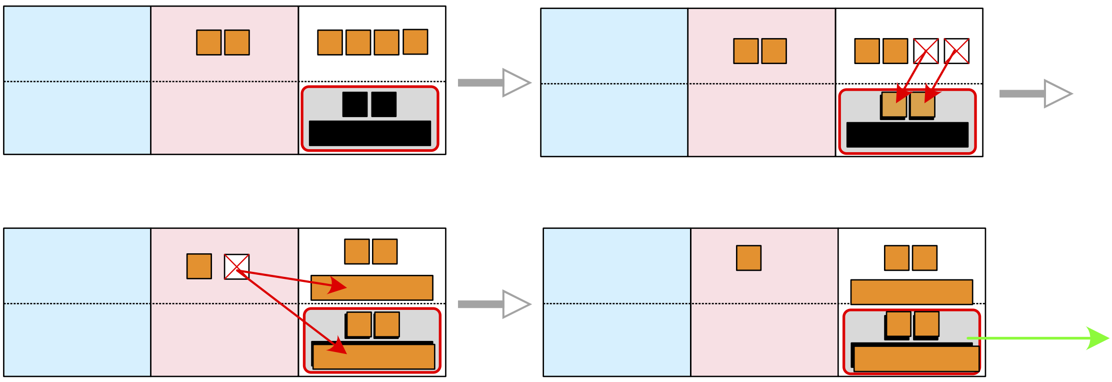
Situation 2 (collective)

1 - Pour aider à mettre en place ces actions, je vais introduire des "fantômes" venant attendre, chacun sa part du nombre à retirer.

<u>Remarque</u> : Les cubes et barres noirs utilisés dans l'expérimentation posent problème pour la diffusion. Ils seront remplacés par des cartes grises réversibles portant des carrés et rectangles noirs de la taille des cubes, placées en bas, sur l'abaque. (Voir annexe page 141 et ressources à télécharger sur le site de ARPEME.)

Les cubes et barres à extraire du nombre seront posés sur les carrés et rectangles noirs des cartes. Dans un premier temps, les cartes seront sorties de l'abaque lorsqu'elles seront toutes remplies (flèche verte). On voit ainsi clairement le nombre extrait. Par la suite chaque carte remplie pourra être sortie de l'abaque séparément montrant ainsi la simplification progressive du problème.

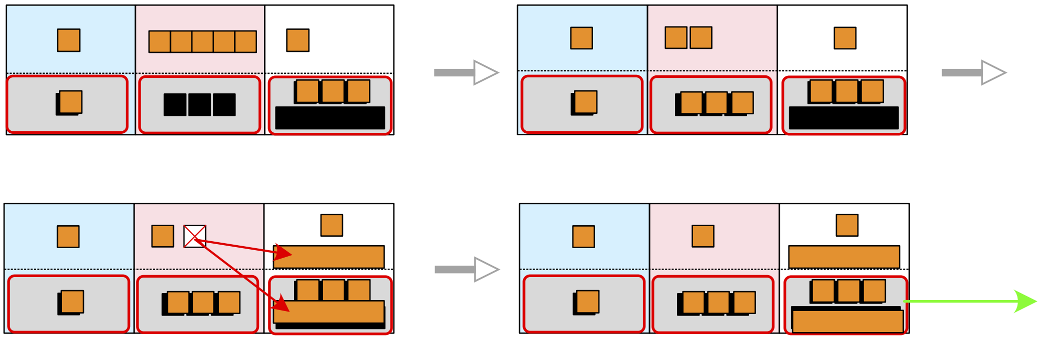
L'exemple : 24 – 7 se présente comme suit :



Deux fantômes peuvent recevoir leur cube, mais le cinq fantôme restant demande qu'un "dix" se décompose en deux "cinq" pour être recouvert.

2 - Le maître écrit au tableau : 254 - 138 et demande à un élève de placer les pièces et les fantômes. 103 fantômes peuvent être recouverts :

Pour les 35 restants, il va falloir décomposer le "cinquante" ; puis un des "dix" obtenus.



Situation 3 (individuelle)

1 - Dans le premier exemple, (sans retenue) on peut soustraire en cascade, chiffre par chiffre, par le premier type de transformations, et le traduire en ligne :

268 – 151 = 267 – 150 = 217 – 100 = 117

2 - Dans le second exemple, les fantômes prennent les pièces disponibles de leur case, puis un “dix” est échangé contre deux “cinq” pour satisfaire les derniers fantômes :

254 - 138 = 154 - 38 = 124 - 8 = 120 - 4 = 116

Situation 4 (collective)

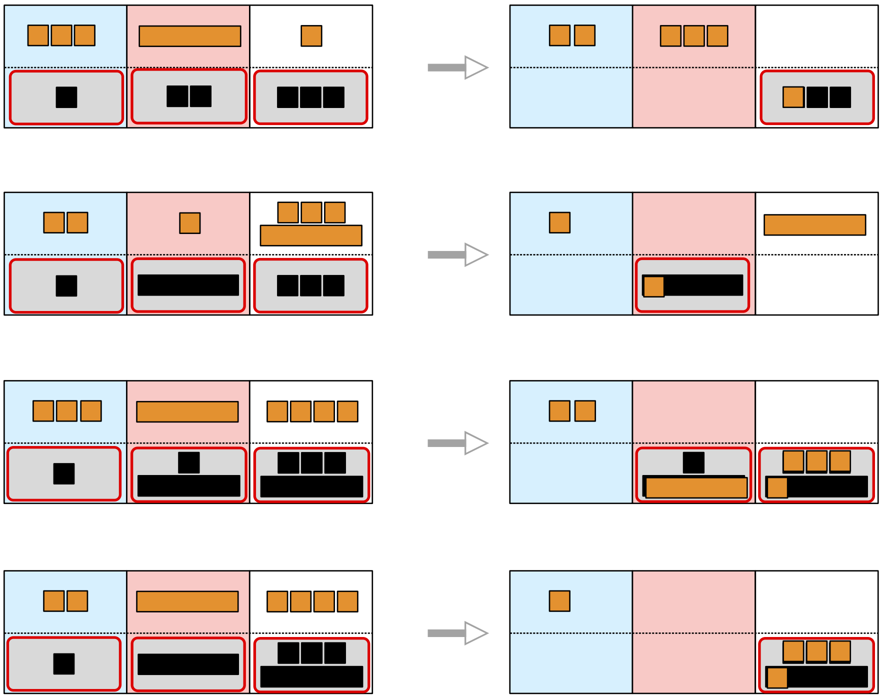
En réduisant, case par case, les couples fantômes-pièces, on obtient de manière générale :

- des cases contenant des pièces beiges, mais plus de fantômes (si le nombre de pièces beiges était supérieur au nombre de fantômes)

- des cases vides, mais avec des fantômes insatisfaits (si le nombre de pièces beiges était inférieur au nombre de fantômes)

- des cases vides (si le nombre de pièces beiges était égal au nombre de fantômes).

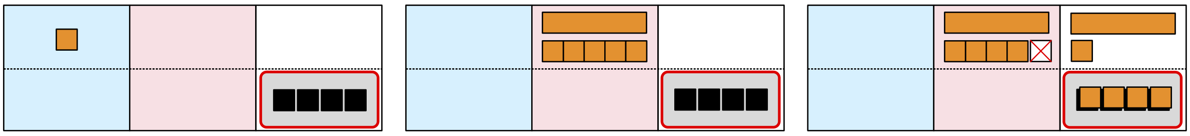
Voici une illustration de ces cas (sauf le cas simple comme 268 - 151) :



Par cette réduction de toutes les paires pièces-fantômes, soit tous les fantômes ont disparu (268 - 151), soit on est ramené aux quatre cas précédents. Il suffit donc de savoir résoudre ces quatre cas pour effectuer toute soustraction sur les nombres inférieurs à 1000.

Situation 5 (individuelle)

1 - En échangeant « dix, c’est deux cinq » ou « cent, c’est deux cinquante » lorsque c’est nécessaire, on réduit les fantômes. Le seul cas un peu complexe est le dernier (100 - 4) car il faut décomposer “cent” pour avoir des “dix” dont un sera lui-même décomposé en deux “cinq”.



2 - Dans tous les cas, la réduction de fantômes sur une case rose ou blanche est du type (10 - n) et demande seulement la pratique des compléments à 10 (ou à 100 par la suite).

Afin de pouvoir se séparer de l’abaque (pour la soustraction) il est essentiel de pouvoir, mentalement, résoudre toutes les différences ($n0 - p$: $1 \leq n \leq 9$ et $1 \leq p \leq 9$) :

20 - 8 ; 30 - 4 ; 60 - 9 ; 80 - 1 ; ...

Ce qui peut se faire avec le support du tableau de la page 21.

				5					10
				15					20
				25					30
				35					40
				45					50
				55					60
				65					70
				75					80
				85					90
				95					100

Situation 6 (collective)

1 - Afin de “sortir de l’abaque”, je propose une mise en tableau sur deux lignes : l’une, au-dessus, porte le nombre beige, l’autre au-dessous, les fantômes.

Par exemple : 623 - 249

$$\begin{array}{r}6\,2\,3\\2\,4\,9\end{array}\longrightarrow\begin{array}{r}4\,0\,0\\2\,6\end{array}$$

2 - Résolution des quatre exemples de la page 44 :

$$\begin{array}{r}2\,3\,0\\2\end{array}\qquad\begin{array}{r}1\,0\,5\\4\end{array}\qquad\begin{array}{r}2\,0\,0\\1\,4\end{array}\qquad\begin{array}{r}1\,0\,0\\4\end{array}$$

- Les deux premiers utilisent les résultats de la situation 5 en isolant deux colonnes voisines :

$$\begin{array}{r}2\\ \end{array}\boxed{\begin{array}{r}3\,0\\2\end{array}}\longrightarrow 2\,2\,8\qquad\qquad\boxed{\begin{array}{r}1\,0\\4\end{array}}\begin{array}{r}5\\ \end{array}\longrightarrow 6\,5$$

- Le troisième répète en cascade cette action, à partir de la gauche :

$$\boxed{\begin{array}{r}2\,0\\1\end{array}}\begin{array}{r}0\\4\end{array}\longrightarrow\begin{array}{r}1\\ \end{array}\boxed{\begin{array}{r}9\,0\\4\end{array}}\longrightarrow 1\,8\,6$$

- Seul, le dernier exemple demande la connaissance des compléments à 100, 200, … pour satisfaire les fantômes, comme à la page 37.

$$\begin{array}{r}1\,0\,0\\4\end{array}\longrightarrow 9\,6$$

Et si les nombres sont plus grands et “sortent de l’abaque” avec des “mille”, le déroulement de la soustraction, en ligne, mentalement ou en tableau suit le même cours.

$$\begin{array}{r}3\,4\,8\,3\\1\,7\,3\,9\end{array} \longrightarrow \begin{array}{|r|r|}\hline 2\,0 & 5\,0\\ 3 & 6\\ \hline\end{array} \longrightarrow 1\,7\,4\,4$$

$$\begin{array}{cccc}3&4&8&3\\1&7&3&9\\\hline 2&0&5&0\\ &3& &6\\\hline 1&7&4&4\end{array}$$

<u>Remarques</u> *: 1 - Les conseils donnés à la page 40 (situation 3) sont aussi valables pour l’exercice de la soustraction.*

2 - La disposition verticale permet de réduire sans erreur chaque colonne. En ne plaçant pas les zéros sur la ligne des fantômes, on met en évidence les compléments.

Situation 7 (individuelle)

Parallèlement à cette démarche, une autre, utile en calcul mental et calcul en ligne, prendra forme à partir du constat suivant, exploité chaque fois qu’on retire une carte de fantômes remplie de ses pièces :

<u>On ne change pas la différence de deux nombres en ôtant à chacun le même nombre</u>. Dans les exemples suivants, on essaie de réduire le nombre de fantômes par cette transformation :

257 - 132 = 157 - 32 = 155 - 30 = 125

254 – 138 = 250 – 134 = 150 – 34 = 120 - 4 = 116

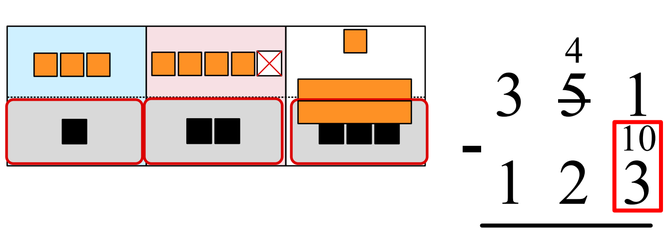
Situation 8 (collective puis individuelle)

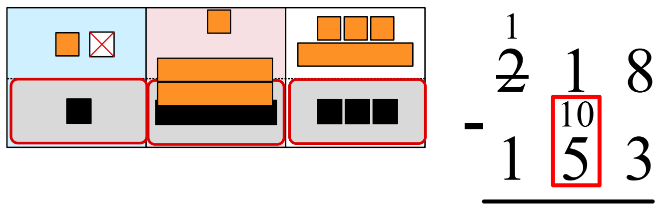
Pour transformer cette pratique manipulatoire en une première technique de soustraction, adaptée à ce cycle, voici une présentation montrée sur quatre exemples, où la disposition en deux lignes des pièces et fantômes laisse les espaces de deux lignes intermédiaires pour traduire les actions effectuées sur les pièces avant de soustraire :

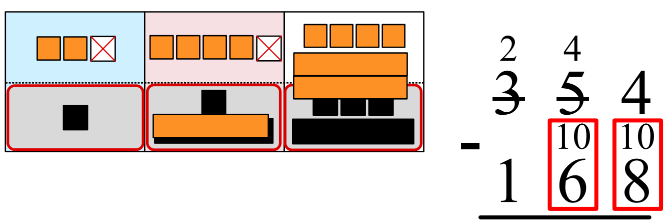
1 - En balayant ce tableau depuis la droite, on place dix pièces sur la ligne centrale dans toutes les cases où les fantômes sont trop nombreux, en barrant le nombre de la case de gauche remplacé au-dessus par le nombre réduit d’une unité.

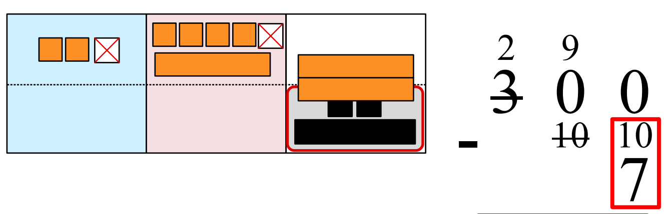
2 - On effectue la réduction des fantômes dans toutes les colonnes. Il n’est pas nécessaire d’ajouter toutes les pièces d’une colonne ; on peut soustraire les fantômes du 10 intermédiaire, avant l’ajout.

Tout ce qui précède ne demande que de savoir ajouter et soustraire des nombres à un chiffre (sans retenue) et de compléter à 10, 20, 30, …, 100 un nombre (de “uns” ou de “dix”,) à un chiffre.
Le seul cas, un peu délicat est celui de 300 - 7, car il faut “casser un cent” en cascade.









Multiplier et diviser sans utiliser la table

Les scribes égyptiens, il y a 3 000 ans, utilisaient une technique de multiplication sans table de multiplication, mais qui combinait habilement doubles et addition.

Situation 1 (collective)

On peut toujours suivre une démarche semblable et calculer tout produit de deux nombres entiers en sachant faire des additions et multiplier par 10. Voici une proposition, traitée sur un exemple, mais qui est générale.

Soit à calculer 67× 43.

On établit un tableau des cinq premiers multiples de 43.

43	1×
86	2×
129	3×
172	4×
215	5×

On peut lire beaucoup d'autres produits dans ce tableau. Par exemple :

10× 43 = 430

20× 43 = 860

40× 43 = 1 720

12× 43 = 430 + 86 = 516

7× 43 = 215 + 86 = 301

60× 43 = 1 720 + 860 = 2 150 + 430 = 2 580

(67 = 50 + 10 + 5 + 2)

67× 43 = 2 150 + 430 + 215 + 86 = 2 881

215.	50×
43.	10×
215	5×
86	2×
2881	67×

Situation 2 (collective)

« Un livre coûte 14 € et la coopérative dispose de 340 €. Trouvez combien de livres la classe peut acheter. »

• Un livre coûte 14 €

• 10 livres coûtent 140 €.

La somme disponible est posée en haut, dans l'abaque.

Le prix d'un livre, au-dessus.

Le paiement de 10 livres est déduit, tant qu'on le peut.

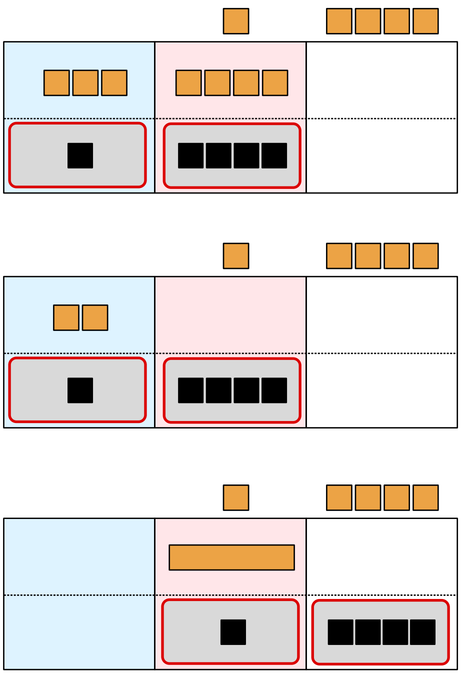
Puis les cartes sont glissées à droite.

Un tableau à deux colonnes affiche la somme est déduite du compte, à gauche et le nombre de livres achetés en regard, à droite.

On fait le compte de tous les livres achetés en bas à droite. Et le solde du compte en regard, à gauche :

24 livres à 14 €

Il reste 4 € dans la caisse.



340	
-14.	10×
200	
-14.	10×
60	
-14	1×
46	
-14	1×
32	
-14	1×
18	
-14	1×
4	24×

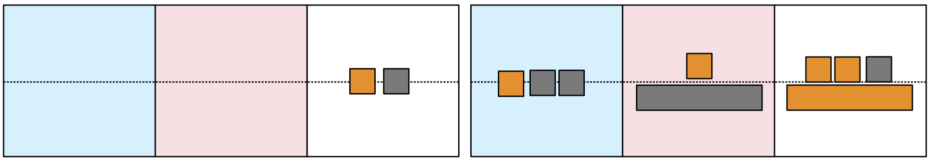
<ins>Vérification</ins> : 24× 14 = 336   340 - 336 = 4

Ou : **24× 14 = 340 - 4**

Soustraction au cycle 3

Cette opération entraîne les élèves vers des procédures beaucoup plus variées que l'addition. D'abord, elle a deux formes différentes : calcul du complément et comparaison (retrait, écart). Ensuite, son traitement prendra des formes diverses, plus ou moins évoluées, les unes adaptées au calcul mental ou en ligne, les autres à la mise en tableau et aux techniques opératoires.

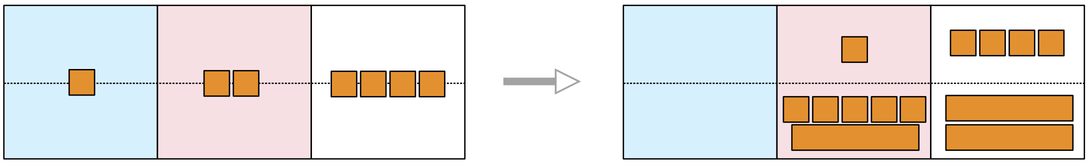
Situation 1 (collective)



- Du nombre 2 368, retirer 1 251 est facile.

Mais, bien que les nombres soient beaucoup plus petits, retirer 37 de 124, l'est beaucoup moins.

On est contraint de recourir à une décomposition d'un "dix" en deux "cinq" puis d'un "cent" en deux "cinquante" et d'un "cinquante" en cinq "dix".



Cette fois l'action est possible. Mais ce recours à la décomposition n'est pas facile. Surtout dans les cas où il faut recourir à deux ou plusieurs décompositions successives.

Pour aider à mettre en place ces actions, je vais introduire des "cartes fantômes" portant l'empreinte du nombre à retirer et attendant d'être recouvertes par les cubes et barres. Ces cartes fantômes grises sont placées en bas dans l'abaque. (Voir pages 43 et 141.)

L'exemple 124 - 37 se présente ainsi :

Vingt-quatre fantômes peuvent être recouverts, mais les treize restants demandent qu'un "cent" se décompose en deux "cinquante", puis un "cinquante" en cinq "dix" dont un, lui-même décomposé en deux "cinq" pour les recouvrir.

Les cartes fantômes ne changent pas le déroulement de la soustraction, mais elles permettent de poser le nombre à soustraire et de libérer l'esprit de la succession des décompositions, pour s'intéresser séparément à chacune d'elles. Le nombre donné est partagé en deux parties, dont l'une est portée par les cartes.

Une carte remplie peut être retirée de l'abaque simplifiant ainsi la représentation. Une carte remplie partiellement peut être remplacée par une carte ne portant que les empreintes des pièces manquantes.

Situation 2 (individuelle)

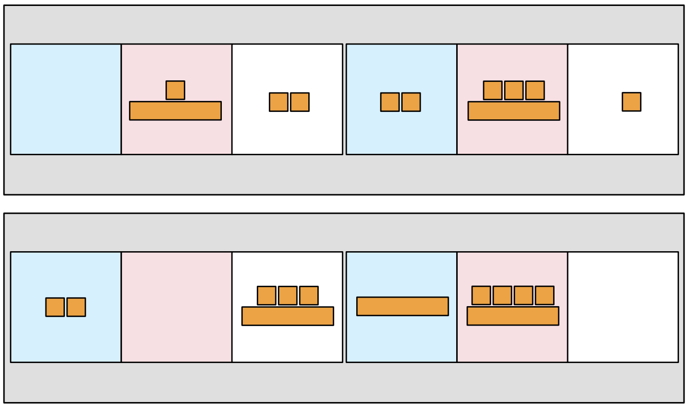
1 - Le processus peut être appliqué à toute situation de soustraction :

- Deux nombres différents quelconques sont donnés, le petit étant une partie du grand. « Quel est son “complément” ? » c'est-à-dire : quel nombre ajouter au petit pour obtenir le grand ?

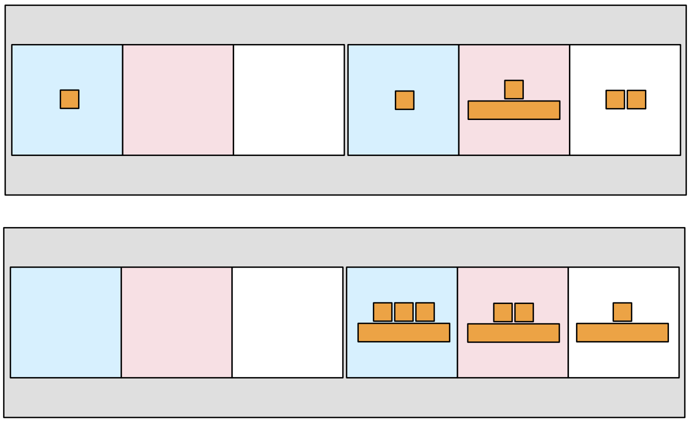
- Deux nombres différents quelconques sont donnés. « Quelle est leur “différence” ? » c'est-à-dire : de quel nombre le grand dépasse-t-il le petit ?

« Choisissez deux nombres quelconques et calculez leur différence ».

Il est facile de faire intervenir le hasard pour montrer que toute situation de ces types peut être résolue par ce processus. La “longueur des nombres” ne fait qu’augmenter le nombre de décompositions. Une solution ludique peut consister à prendre au hasard deux rectangles du jeu de rangement (voir page 76) comme base de calcul.



2 - Voici un exemple plus complexe :



Certaines captures sont évidentes, et peuvent être réalisées immédiatement.

Mais on ne pourra satisfaire tous les fantômes qu’en décomposant le “cent-mille” en cascade.

Situation 3 (collective)

Avant de commencer les décompositions, on peut faire le constat suivant :

Lorsque les cartes fantômes ont reçu toutes les pièces disponibles de leur case et sont ôtées, on a :

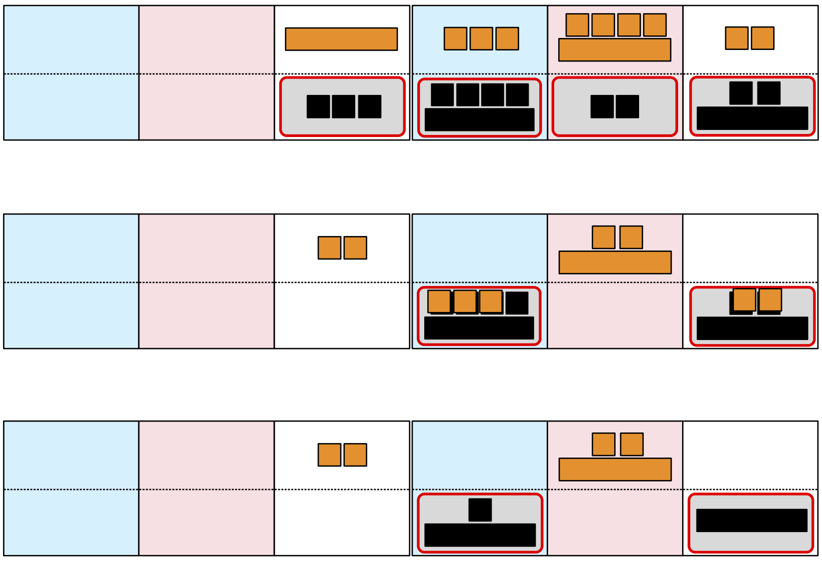
- des cases contenant des pièces beiges, mais plus de fantômes (si le nombre de pièces beiges était supérieur au nombre de fantômes)

- des cases vides, mais avec des fantômes insatisfaits (si le nombre de pièces beiges était inférieur au nombre de fantômes).

- des cases vides sans fantôme.

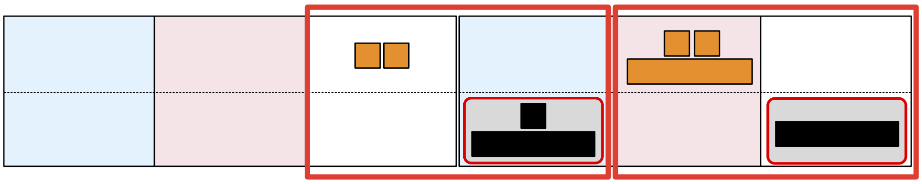
J’appellerai cette forme : <u>disposition réduite</u>.

Par exemple, pour : 5 392 – 3 927 :



Les cases des “mille” et des “dix” se réduisent, et il reste des fantômes qui attendent sous les cases vides des “cents” et des “uns”.

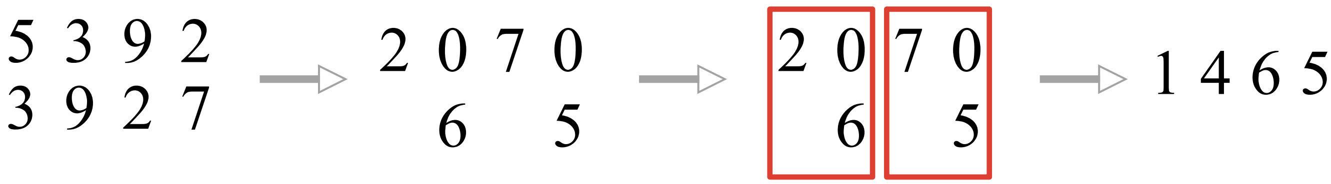
On peut éviter de décomposer des “mille” et des “dix” en partitionnant le nombre comme le montrent les rectangles rouges.



On peut alors lire le nombre en : (70 - 5) unités, à droite ; (20 - 6) centaines, à gauche.

Et, par la connaissance des compléments à 20 ou 70 : 14 centaines et 65 unités, soit : 1 465.

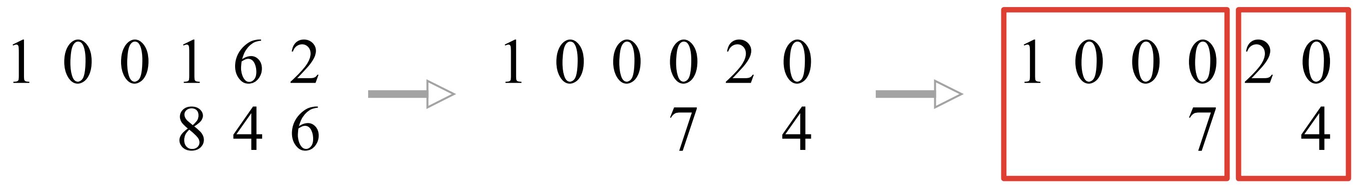
Situation 4 (collective)



1 - Cette démarche s’adapte facilement à une mise en tableau des écritures.

2 - Il suffit de savoir résoudre les dispositions réduites pour résoudre toutes les soustractions.

Les rectangles rouges se placent de la façon suivante : chaque rectangle encadre un nombre n’ayant qu’un chiffre non nul sous lequel se trouvent des fantômes.



Cette démarche est celle que j’ai proposée au cycle 2 pages 45-46.

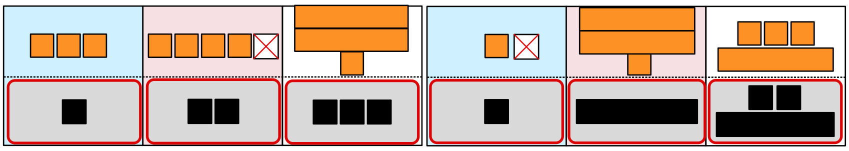
Elle demande de savoir trouver directement les compléments à 10, 20, 30, ..., 100, 200, ..., 1 000, 2 000, ... comme à la page 75.

Cette méthode fonctionne dans tous les cas et constitue une technique de soustraction. La disposition verticale permet de réduire sans erreur chaque colonne. En ne plaçant pas les zéros sur la ligne des fantômes, on met en évidence les compléments. Son seul inconvénient est de devoir poser la disposition réduite.

3	4	8	3
1	7	3	9
2	0	5	0
	3		6
1	7	4	4

Situation 5 (individuelle)

La technique proposée page 46 pour le cycle 2 (employée par les Américains) s'adapte aux plus grands nombres et peut constituer la technique usuelle. Le Programme Officiel n'exige pas l'enseignement de la technique usuelle française (qui sera présentée page suivante) mais d'une technique posée, qui est donc implicitement laissée au choix de l'enseignant ou de l'équipe pédagogique.



			10		10	
	3	~~5~~	1	~~2~~	1	8
-		4		1		
	1	2	3	1	5	7

Situation 6 (individuelle)

Le calcul mental et le calcul en ligne utilisent une propriété fondamentale qu'on comprend en déplaçant les pièces de l'abaque avec les fantômes :

<u>On ne change pas la différence de deux nombres en ôtant à chacun le même nombre.</u>

Donc, en remontant les calculs :

<u>On ne change pas la différence de deux nombres en ajoutant à chacun le même nombre.</u>

1 - Dans le premier exemple ci-dessous (sans retenue), on peut soustraire en cascade, chiffre par chiffre, en ôtant à chacun le même nombre :

2 684 – 1 532 = 2 682 – 1 530 = 2 652 – 1 500 = 2 152 – 1 000 = 1 152

Plus le nombre à soustraire devient simple et plus le problème est facile à résoudre.

2 - Dans les deux exemples suivants, lorsqu'on comprend que la simplicité du problème est liée à la simplicité de la représentation des fantômes, on essaie d' "arrondir" le nombre de fantômes en ajoutant à chacun le même nombre :

2 543 – 1 389 = 2 544 – 1 390 = 2 554 – 1 400 = 1 554 – 400 = 1 154 (ou 2 154 - 1 000 = 1 154)

2 003 – 7 = 2 006 - 10 = 2 096 – 100 = 2 996 – 1 000 = 1 996

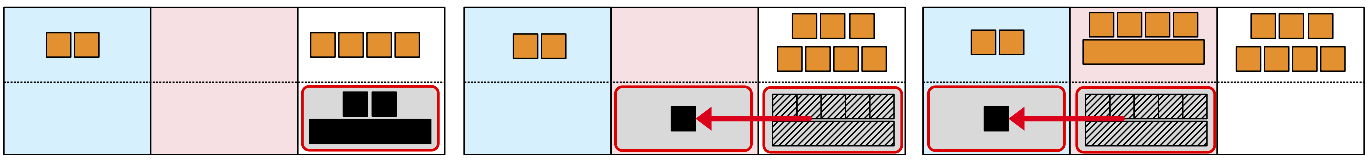
3 - Dans le cas général, chacun pourra jongler entre les deux types de transformations pour réduire la différence à une forme simple.

23 639 - 12 173 = 13 639 - 2 173 = 11 639 - 173 = 11 636 - 170 = 11 666 - 200 = 11 466

Situation 7 (collective)

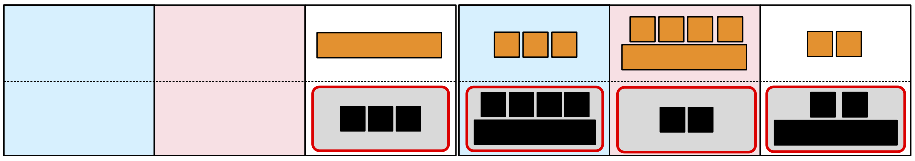
Ce principe peut-il être compris et exploité sur l'abaque ?

1) 204 - 7 = 207 - 10 = 297 - 100 = 197

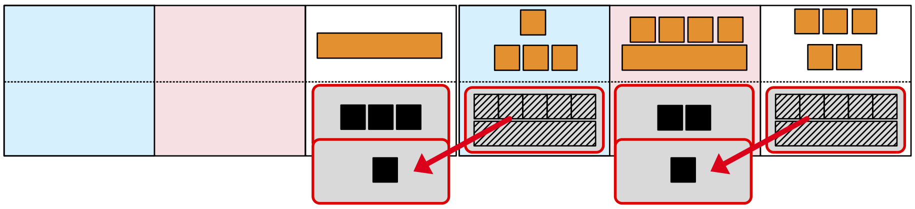


On complète à 10 les unités noires et on ajoute autant de beiges. Les dix unités noires sont échangées avec un "dix" noir. Le "dix" noir est complété à dix "dix", échangés contre un "cent" noir.

2 - Reprenons l’exemple de la page 79 (situation 3) : 5 392 – 3 927 :



$$\begin{array}{cccc} & 1 & & 3\\ 5&3&9&2\\ 3&\cancel{9}&2&\cancel{7}\\ 1 & & 1 & \\ \hline 1&4&6&5\end{array}$$



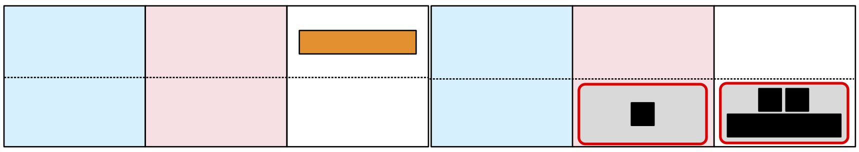
« 7 et 3, 10 ; 3 et 2, 5.
2 et 1, 3, et 6, 9.
9 et 1, 10 ; 3 et 1, 4.
3 et 1, 4, et 1, 5. »

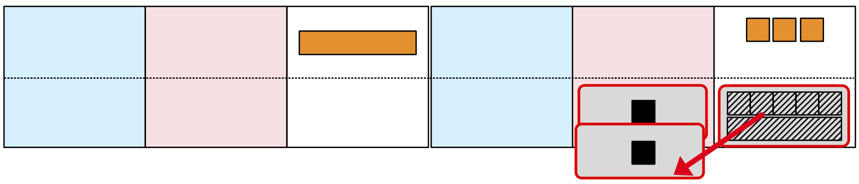
Lorsque les fantômes sont supérieurs sur une case, ils sont complétés à 10 et le même nombre est ajouté aux pièces beiges. Les dix noirs sont alors remplacés par une dizaine.

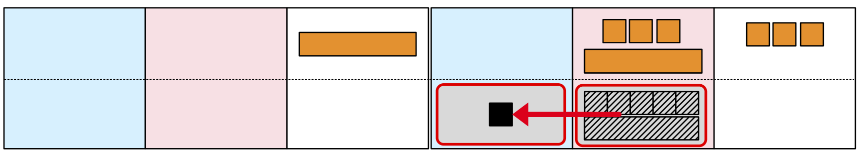
L’action peut s’exprimer ainsi : « 7 et 3, 10 (je place 3 beiges et je remplace la carte fantômes 7 par 10, puis je la remplace par une carte fantômes de une dizaine). 2 et 1, 3 et 6, 9 etc… »

*Cette nouvelle pratique se transforme en une technique opératoire plus simple à pratiquer que la “technique américaine” et plus simple à comprendre que la technique française. Elle exploite les compléments à dix des cartes de fantômes et la compensation sur les pièces beiges selon les règles de la situation 6, puis la transformation de dix fantômes en une dizaine et je l'appellerai “**technique de complétion à dix**”. Elle ne demande que la connaissance des compléments aux dix premiers nombres.*

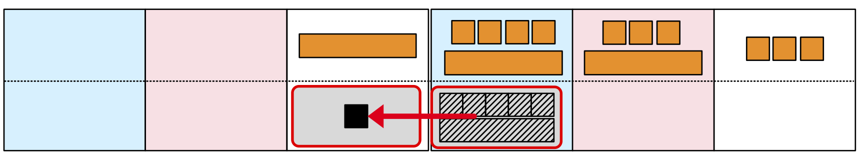
3 - Voici un cas plus complexe, pour comprendre l’efficacité de cette technique : 5 000 - 17







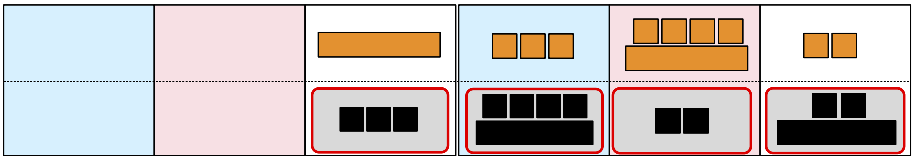
$$\begin{array}{cccc} & 9 & 8 & 3\\ 5&0&0&0\\ & & \cancel{1}&\cancel{7}\\ 1 & \cancel{1} & \cancel{1} & \\ \hline 4&9&8&3\end{array}$$

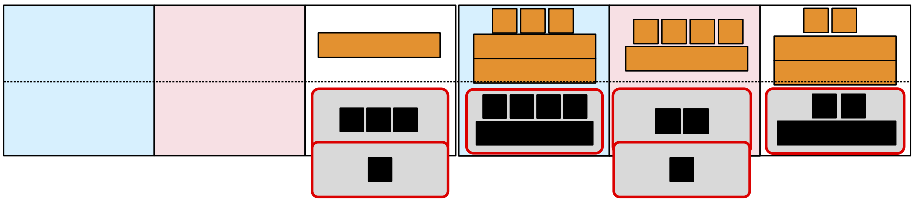


Situation 8 (collective)

Pour être en accord avec les habitudes françaises, voici notre technique standard, que je vais imager comme une bataille, introduite avec d'importants aménagements en exploitant les résultats de la situation 6.

1 - Reprenons sur l'abaque : 5 392 – 3 927 :





$$\begin{array}{ccccc} & 5 & 3 & 9 & 2 \\ & & {\scriptstyle 10} & & {\scriptstyle 10} \\ - & 3 & 9 & 2 & 7 \\ & {\scriptstyle 1} & & {\scriptstyle 1} & \end{array}$$

Sur les cases où ils sont en minorité, les deux “camps” apportent des renforts : deux “cinq”, et deux “cinq-cents” beiges ; les fantômes contre-attaquent en plaçant un “dix” (équilibrant les deux “cinq”) et un “mille” (contre les deux “cinq-cents”) noirs.

Les renforts beiges se sont placés en bas sur l'abaque, contre les fantômes.

Tous les fantômes peuvent être chargés de leur butin !

2 - Exercices individuels.

Proposer des soustractions à effectuer sur l'abaque par ce nouveau procédé :

- faire repérer les cases où les fantômes l'emporteraient

- placer les carrés et rectangles du nombre beige en haut sur l'abaque

- puis ajouter, en renfort, des “dix”, des “cents” ou des “mille” beiges et noirs, sous deux formes : deux “cinq” beiges en bas pour un “dix” noir en dessous, deux “cinquante” beiges pour un “cent” noir… sur chacune de ces cases.

Situation 9 (individuelle)

La technique usuelle de la soustraction fonctionne sur les mêmes principes : le premier nombre est le nombre beige ; le second, les fantômes.

$$\begin{array}{ccccc} & 5 & 3 & 9 & 2 \\ - & \boxed{\overset{}{3}\,{\scriptstyle 1}} & \boxed{{\scriptstyle 10}\,9} & \boxed{2\,{\scriptstyle 1}} & \boxed{{\scriptstyle 10}\,7} \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 5 \end{array}$$

- Dans un premier temps, <u>colonne par colonne, à partir de la droite</u>, on analyse si les nombres beiges sont assez nombreux. Si les fantômes de la colonne sont plus nombreux que les beiges, on apporte des renforts sous les deux formes. Les renforts beiges sont placés sous les chiffres correspondants, sous forme de 10 (10 uns, 10 dix, 10 cents, …) en chiffres plus petits et les renforts noirs, sous les fantômes, sous forme de 1 symbolisant le “dix”, le “cent”, le “mille” … venu en compensation.

- Le calcul ne commence qu'après cette phase d'analyse et les différences se font alors colonne par colonne.

Les rectangles rouges montrent les “combats” et les verts, les “regroupements de fantômes”.

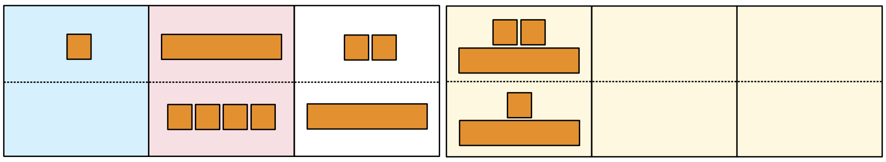
<u>Remarque</u> : Il faut, bien sûr, choisir entre ces trois méthodes. Sinon on risque de provoquer des confusions. Le Programme Officiel ne précise pas quelle technique enseigner. La méthode par complétion à dix a, selon moi, l'avantage de marier l'efficacité d'une technique opératoire plus simple que la technique traditionnelle tout en restant proche du sens de l'opération et des manipulations sur l'abaque en couleurs.

Addition et soustraction des nombres décimaux

Situation 1 (individuelle)

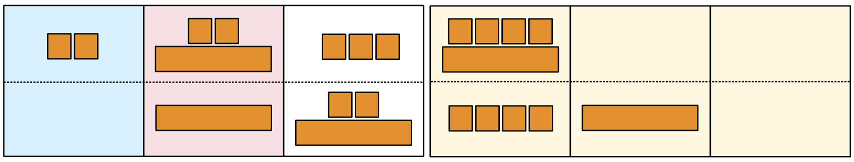
1 - Addition

- Poser 152,7 + 45,6 sur l'abaque.



Volontairement, je commence par un exemple avec "retenues" sur les dixièmes, pour enclencher les règles sur les décimales.

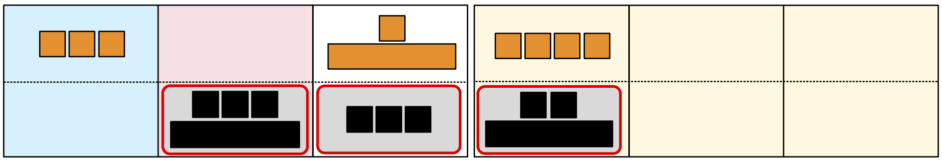
- Poser 273,9 + 57,45 sur l'abaque.



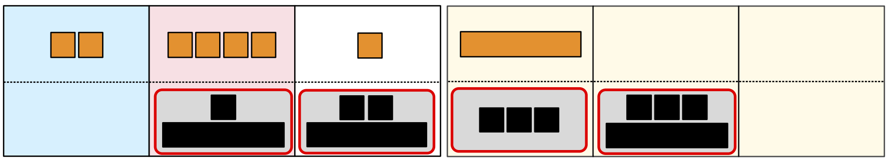
Il n'y a pas d'équivoque sur la place de la virgule. Et le passage à la technique écrite usuelle est évident.

2 - Soustraction

- Poser 306,4 – 83,7 sur l'abaque.



- Poser 241,5 – 67,38 sur l'abaque.



Il n'y a pas d'équivoque sur la place de la virgule. Et le passage à la technique écrite usuelle est naturel.

(Les "retenues" de la soustraction ont été placées selon la technique de complétion à 10[1].)

$$\begin{array}{rcccccc} & 2 & 7 & 3 & , & 9 & \\ + & & 5 & 7 & , & 4 & 5 \\ \hline & 3 & 3 & 1 & , & 3 & 5 \end{array}$$

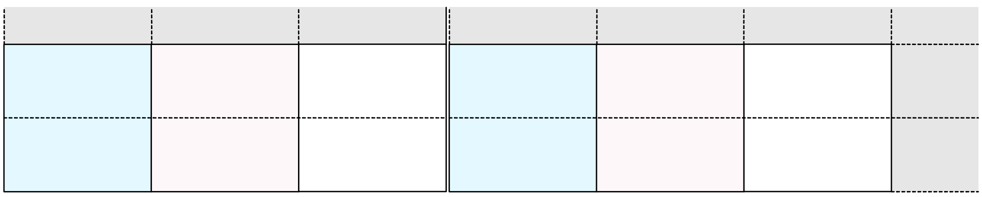
$$\begin{array}{cccccc} & ^{3} & ^{3} & & & ^{2} \\ 2 & 4 & 1 & , & 5 & \\ & \cancel{6} & \cancel{7} & , & 3 & \cancel{8} \\ _{1} & _{\cancel{1}} & & & _{1} & \\ \hline 1 & 7 & 4 & , & 1 & 2 \end{array}$$

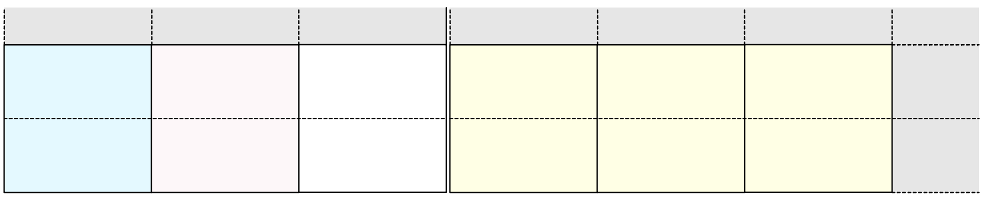
1 Voir page 81

Abaques et cartes de fantômes

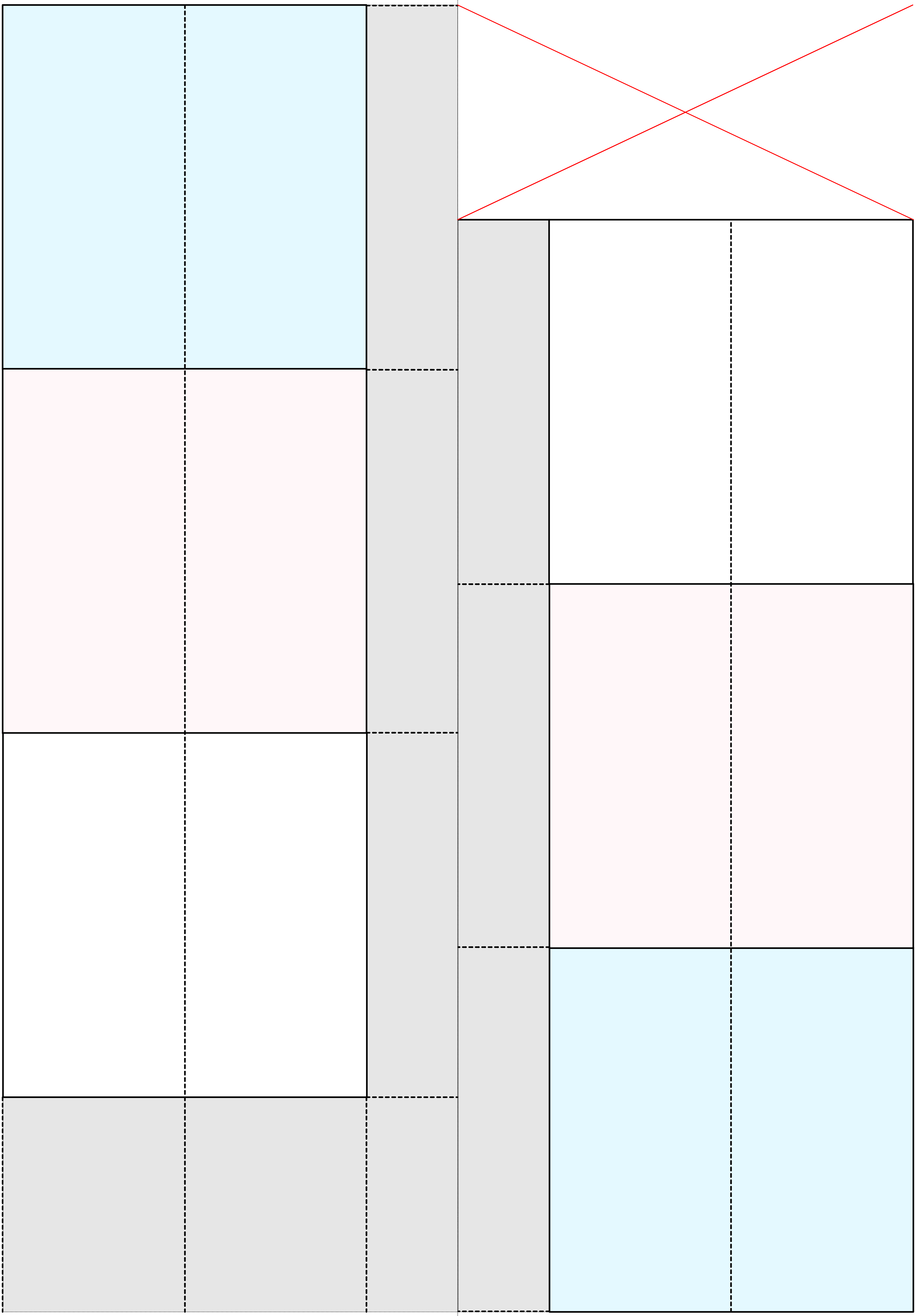
Les modèles de plaques d'abaque et de cartes de fantômes des pages suivantes sont toutes à tirer recto-verso :

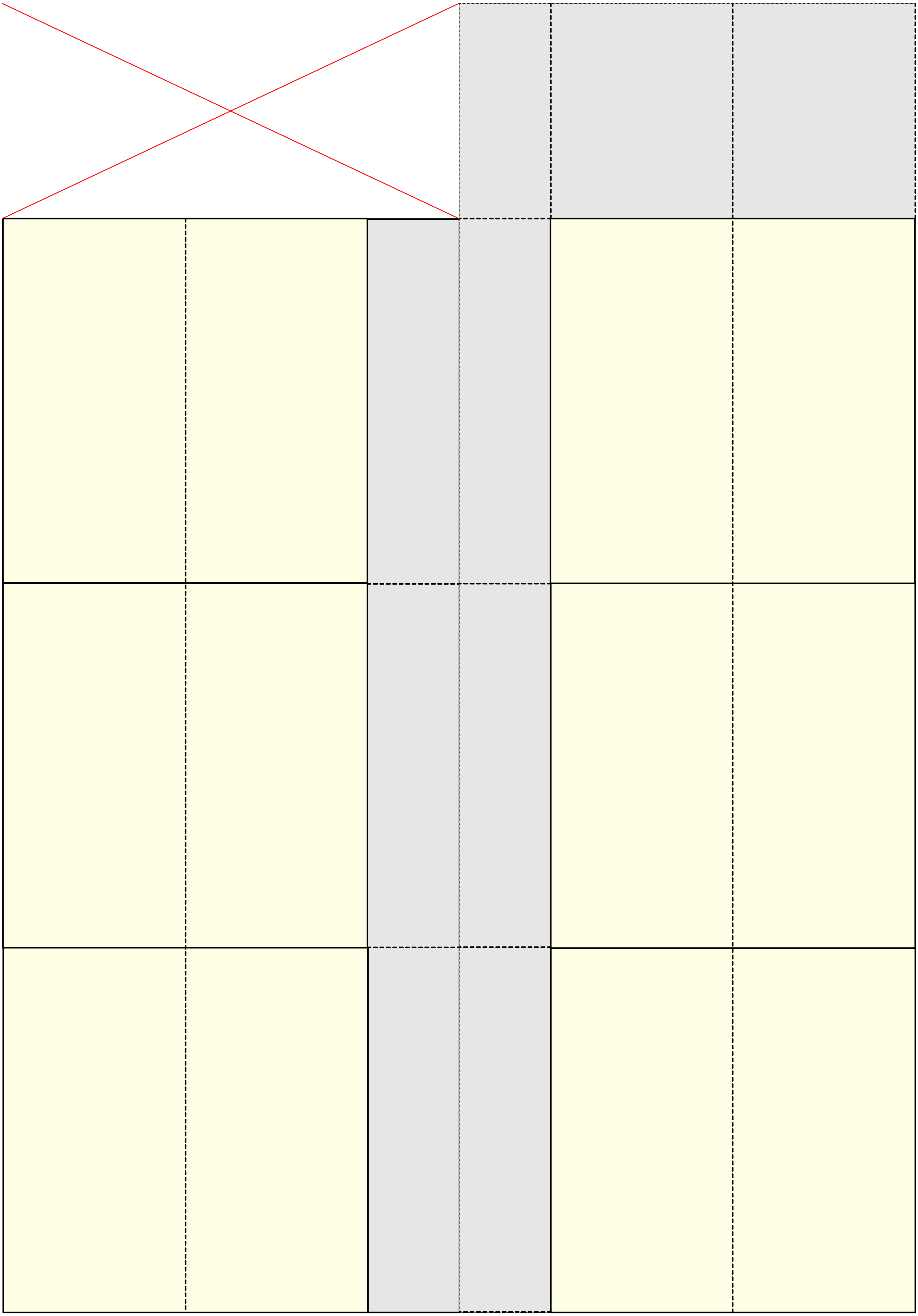
- Pages 14-15 : deux plaques (cases de 95 mm) convenant pour tous les choix de pièces. La feuille A4 est à couper selon sa médiane verticale.
- Pages 16-17 : deux plaques (cases de 80 mm), avec un bandeau gris en haut et à droite permettant de placer un nombre au-dessus et d'écrire, au feutre à tableau, les multiplicateurs à droite[1]. La feuille A4 est à couper selon sa médiane verticale (La partie rayée est à éliminer). A utiliser avec les cubes de 10 mm (Site « Tout pour le jeu » ref. AD3929). La seconde plaque, sans bandeau gris à droite, sera utilisée :
    - pour les classes de mille ou millions dans la représentation des nombres entiers,
    - Pour la classe des unités dans la représentation des nombres décimaux.
- Pages 18-19 : cartes de fantômes réversibles pour cubes de 10 mm.
- Pages 20-21 : cartes de fantômes réversibles pour carrés de 16 mm.

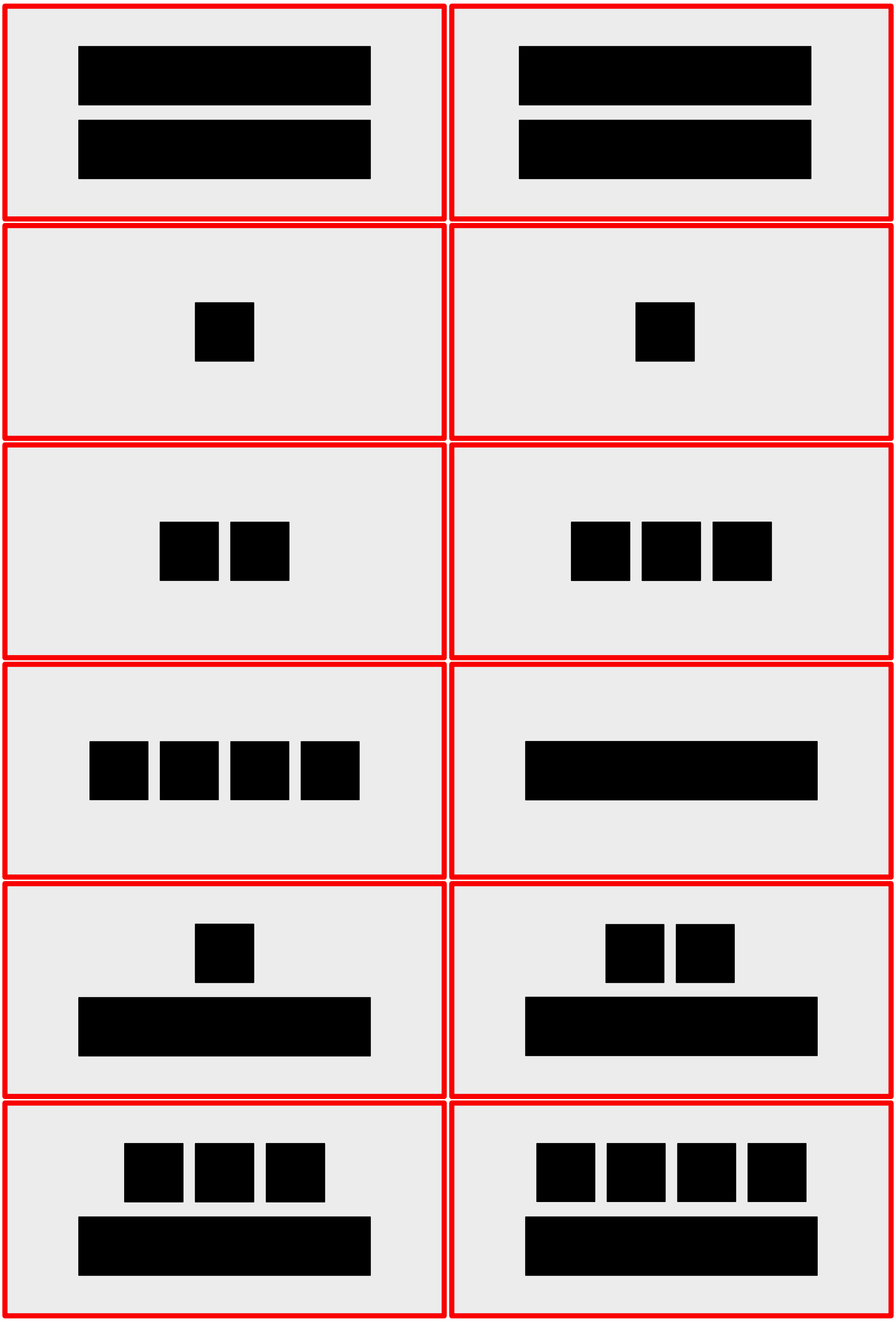




1 Le bandeau haut permet aussi d'écrire les ordres (unités, dizaines, centaines, puis dixièmes, centièmes, millièmes), de placer et glisser le nombre à multiplier dans une multiplication, le diviseur, dans une division ou de placer les unités dans les pratiques de conversion sur les nombres décimaux.







[redacted]	[redacted]
[redacted]	[redacted]
[redacted]	[redacted]
[redacted]	[redacted]
[redacted]	[redacted]
[redacted]	[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]